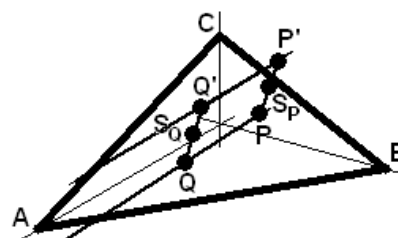
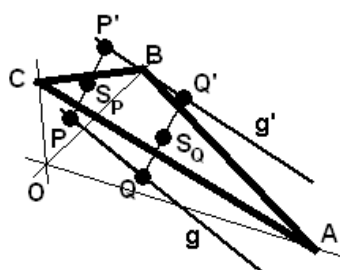
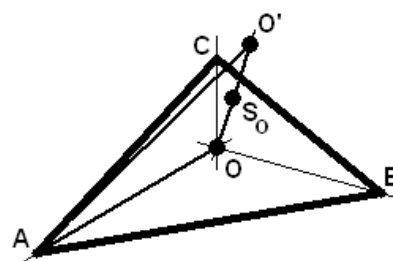
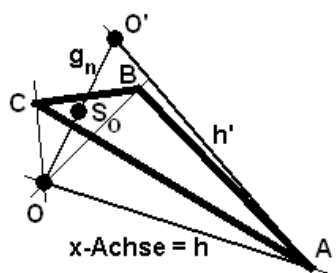
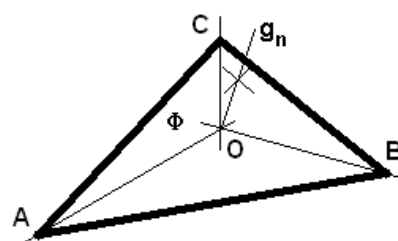
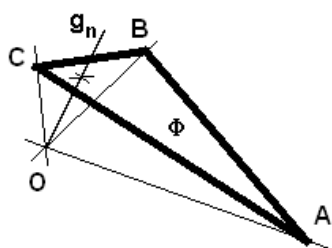
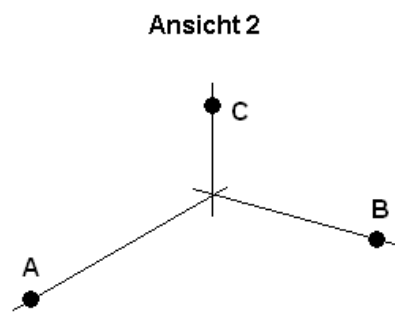
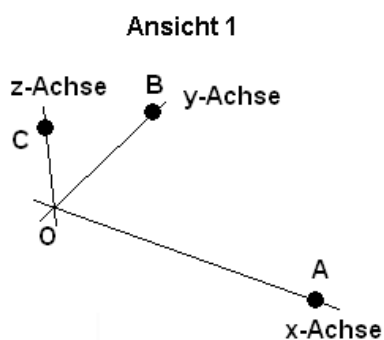


Übungen in Algebra \diamond Aus der Praxis \diamond A1 \diamond II /3N

Spiegelung von Punkten und Geraden an einer Ebene



Angaben:

1. Gegeben: Ebene $\Phi : 2x + 4y + 6z = 12$
 $g_n =$ Normale auf Φ durch O , $S_O = \Phi \cap g_n$
 $A = A'$, $O = (0/0/0)$

Gesucht: $O' = ?$
 Parametergleichung von $h' = h'(A', O')$?

2. Gegeben: Ebene $\Phi : 2x + 4y + 6z = 24$
 $P = P(0/2/1)$, $Q = Q(4/1/0)$
 $g = g(P, Q)$

Gesucht: Parametergleichung von $g' = g'(P', Q')$?
 Wo durchdringt g' die (y, z) -Ebene?

3. Gegeben: Ebene $\Phi : x - 8y - 2z = 8$
 $g : \vec{v} = \vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Gesucht: Wo durchdringt g' die (y, z) -Ebene?

4. Gegeben: Würfel $W = W(W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6, W_7, W_8)$,
 $W_1 = (0/0/0)$, $W_2 = (1/0/0)$, $W_3 = (1/1/0)$, $W_4 = (0/1/0)$,
 $W_5 = (0/0/1)$, $W_6 = (1/0/1)$, $W_7 = (1/1/1)$, $W_8 = (0/1/1)$.
 Im Würfel ist ein Tetraeder T eingeschrieben, $T = T(W_2, W_4, W_5, W_7)$.

P befindet sich exakt in der Mitte zwischen W_3 und W_7 . Q liegt auf der Tetraederfläche, die dem Punkt P am nächsten liegt. Q ist der Schnittpunkt dieser Fläche mit der Gerade durch P , die senkrecht auf der z -Achse steht.

Von P aus fällt ein Lichtstrahl auf Q , welcher dort an der Tetraederfläche reflektiert wird, die dem Punkt P am nächsten liegt.

- (a) Skizziere die Situation.
 (b) Bestimme den Punkt U auf dem reflektierten Lichtstrahl in der Grundebene $((x, y)$ -Ebene).

1. Lotfusspunkt $S_O = (\frac{3}{7}/\frac{6}{7}/\frac{9}{7}) \approx (0.428571/0.857143/1.28571)$,

$$O' = (\frac{6}{7}/\frac{12}{7}/\frac{18}{7}) \approx (0.857143/1.71429/2.57143),$$

$$h' : \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 - \frac{36t}{7} \\ \frac{12t}{7} \\ \frac{18t}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{7}(7 - 6t) \\ \frac{12t}{7} \\ \frac{18t}{7} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 6 - 5.14286t \\ 1.71429 \\ 2.57143 \end{pmatrix}$$

2. $S_{P'} = (\frac{5}{14}/\frac{19}{7}/\frac{29}{14}) \approx (0.357143/2.71429/2.07143)$,

$$P' = (\frac{5}{7}/\frac{24}{7}/\frac{22}{7}) \approx (0.714286/3.42857/3.14286),$$

$$S_{Q'} = (\frac{31}{7}/\frac{13}{7}/\frac{9}{7}) \approx (4.42857/1.85714/1.28571),$$

$$Q' = (\frac{34}{7}/\frac{19}{7}/\frac{18}{7}) \approx (4.85714/2.71429/2.57143),$$

$$g' : \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{5}{7} + \frac{29t}{7} \\ \frac{24}{7} - \frac{5t}{7} \\ \frac{22}{7} - \frac{4t}{7} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.714286 + 4.14286t \\ 3.42857 - 0.714286t \\ 3.14286 - 0.571429t \end{pmatrix},$$

Durchstosspunkt: $(0/\frac{103}{29}/\frac{94}{29}) \approx (0/3.55172/3.24138)$

3. $S_{P'} = (\frac{154}{69}/ - \frac{59}{69}/\frac{37}{69}) \approx (2.23188/ - 0.855072/0.536232)$,

$$P' = (\frac{170}{69}/ - \frac{187}{69}/\frac{5}{69}) \approx (2.46377/ - 2.71014/0.0724638)$$

$$S_{Q'} = (\frac{80}{23}/\frac{19}{23}/\frac{24}{23}) \approx (3.47826/0.826087/1.04348)$$

$$Q' = (\frac{91}{23}/\frac{107}{23}/\frac{2}{23}) \approx (3.95652/4.65217/0.0869565),$$

$$g' : \begin{pmatrix} \frac{170}{69} + \frac{103t}{69} \\ -\frac{187}{69} - \frac{134t}{69} \\ \frac{5}{69} + \frac{t}{69} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2.46377 + 1.49275t \\ 2.71014 - 1.94203t \\ 0.0724638 + 0.0144928t \end{pmatrix},$$

Durchstosspunkt: $(0/\frac{51}{103}/\frac{5}{103}) \approx (0./0.495146/0.0485437)$

$$4. \quad S_{P'} = \left(\frac{5}{6}/\frac{5}{6}/\frac{2}{3}\right) \approx (0.833333/0.833333/0.666667)$$

$$P' = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right) \approx (0.666667/0.666667/0.833333)$$

$$Q = S_{Q'} = Q' = \left(\frac{3}{4}/\frac{3}{4}/\frac{1}{2}\right) \approx (0.75/0.75/0.5),$$

$$g' : \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \frac{t}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{t}{12} \\ \frac{5}{6} - \frac{t}{3} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.666667 + 0.0833333 t \\ 0.666667 + 0.0833333 t \\ 0.833333 - 0.333333 t \end{pmatrix},$$

Durchstosspunkt: $\left(\frac{7}{8}, \frac{7}{8}, 0\right) \approx (0.875/0.875/0.)$