

Probl. 1 Hauptsatz der Infinitesimalrechnung:

Begründe den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung:

- (a) Was ist eine Stammfunktion?
- (b) Was ist die Ableitung einer Fläche als Funktion der oberen Grenze?
- (c) Was ist ein bestimmtes Integral?
- (d) Begründe den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung!
- (e) Was ist ein unbestimmtes Integral?
- (f) Was ist der Grenzwert der Differenz zwischen Obersumme und Untersumme im Falle einer Parabel bei einer Balkenbreite, die gegen 0 strebt? ($D_f = \mathbb{R}_0^+$.)

Probl. 2 Einfache bestimmte Integrale:

$f(x) = x^2$ etc... Bestimme:

- (a) $\int_{x=0}^{x=1} x^2 dx$
- (b) $\int_{x=x_1}^{x=x_2} x^2 dx$
- (c) $x_2 \cdot f(x_2) - \int_{x=0}^{x=x_2} f(x^2) dx$
- (d) $\int_{x=-10}^{x=10} f(x^2) dx$

Probl. 3 Stammfunktion:

Bestimme die Stammfunktion:

- (a) $f(x) = x^n$
- (b) $f(x) = e^x$
- (c) $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 6$
- (d) $f(x) = \sin(x)$
- (e) $f(x) = x \sin(x^2)$

Probl. 4 Flächenberechnungen:

Bestimme die Stammfunktion:

$$(a) f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2, \quad f(x_1) = f(x_2) = 0, \quad \int_{x=x_1}^{x=x_2} f(x^2) dx = ?$$

$$(b) \int_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx = ?$$

$$(c) \int_{x=-\infty}^{x=0} e^x dx = ?$$

$$(d) \int_{x=1}^{x=e} \ln(x) dx = ?$$

$$(e) \int_{x=1}^{x=x_2} \frac{1}{x} dx = ?$$

$$(f) \int_{x=1}^{x=2} \frac{1}{x} dx = ?$$

$$(g) \int_{x=1}^{x=2} 4x^3 - 5x^2 + 4x - 6 dx = ?$$

$$(h) \int_{x=0}^{x=x_2} \sin(x) dx = \int_{x=0}^{x=x_2} \cos(x) dx \Rightarrow x_2 = ?$$

$$(i) \int_{x=0}^{x=\pi} \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(x) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(2x) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(3x) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(4x) dx = ?$$

$$(j) \int_{x=0}^{x=2\pi} \sin(x) dx + \int_{x=0}^{x=2\pi} \cos(x) dx = ?$$