

Test

◇ M2–09/10–01 ◇

- Wichtig:**
- ♡ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
 - ♣ Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen.
 - ♠ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden. (Ersichtlicher Lösungsweg!)
 - ◇ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen.
 - ♡ **Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte.**

Laplace-Transformationen, Differentialgleichungen, Statistik, Kombinatorik

Probl. 1 Abgabe des vorgängig behandelten Problems mit der Evolvente und der Evolute:

- (a) Output mit Namen, Datum und Klasse beschriftet.
- (b) Elektronisch per Mail mit Namen und Klasse im Filename erkennbar. (Achtung: Wenn möglich nur Source Code übermitteln, sofern ein Programm benutzt worden ist, auf das im Schulnetzwerk ein uneingeschränkter Zugriff existiert.)

Probl. 2 Gegeben ist die Differentialgleichung $y''(t) + ay'(t) + by(t) = f(t)$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = y_0$, $y'(0) = y'_0$.

- (a) Berechne die Laplace-Transformierte Gleichung. (Die Transformierte von $y(t)$ heisst $Y(s)$, diejenige von $f(t)$ heisst $F(s)$.)
- (b) Berechne daraus die Transformierte $Y(s)$ von $y(t)$: $Y(s) = \dots? \dots$
Benutze dabei die Abkürzung $k := \sqrt{a^2 - 4b}$ und vereinfacht das Resultat, so dass dieses kurz ist und schnell lesbar wird.
- (c) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = 1$, $b = 1$, $f(t) \equiv 0$, $y_0 = 1$, $y'_0 = 0$.
- (d) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = 1$, $b = 1$, $f(t) \equiv 0$, $y_0 = 0$, $y'_0 = 1$.
- (e) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = 1$, $b = 1$, $f(t) \equiv 0$, $y_0 = 1$, $y'_0 = 1$.
- (f) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = -1$, $b = 1$, $f(t) \equiv 0$, $y_0 = 0$, $y'_0 = 1$.
- (g) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = -2$, $b = 1$, $f(t) \equiv 0$, $y_0 = 0$, $y'_0 = 1$.
- (h) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = -3$, $b = 1$, $f(t) \equiv 0$, $y_0 = 0$, $y'_0 = 1$.
- (i) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = 0$, $b = -1$, $f(t) = \delta(t)$, $y_0 = 0$, $y'_0 = 0$.
- (j) Ermittle die Rücktransformierte der Lösung für:
 $a = 0$, $b = 1$, $f(t) = \delta(t)$, $y_0 = 0$, $y'_0 = 0$.

Probl. 3 Gegeben ist eine Kugel mit Mittelpunkt $M = O$ in einem kartesischen Koordinatensystem mit einem Radius $r = 10$. Durch diese Kugel wird ein Loch gebohrt mit einem Bohrer vom Durchmesser $d = 4$. Der senkrechte Abstand der Bohrerachse zu M beträgt 3. Berechne das Restvolumen der Kugel nach der Ausbohrung. (3 Stellen hinter dem Dezimalpunkt.)

Probl. 4 Gegeben ist die Differentialgleichung $y'''(t) - 3y''(t) + 3y'(t) - y(t) = f(t)$ mit den Anfangsbedingungen $y(0) = y_0$, $y'(0) = y'_0$, $y''(0) = y''_0$.

(a) Berechne mit Hilfe der Laplace-Transformationen die Lösung für:

$$f(t) = \delta(t), \quad y_0 = y'_0 = y''_0 = 0.$$

(b) Ermittle ebenso Lösung für:

$$f(t) = e^{-t}, \quad y_0 = y'_0 = y''_0 = 0.$$

(c) Ermittle ebenso Lösung für:

$$f(t) = e^{-t}, \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = y''_0 = 0.$$

Probl. 5 Eine Firma, welche seit 10 Jahren Gusspfannen für eine Warenhauskette herstellt, lässt beim Marktforschungsunternehmen Alpha eine Studie über die Verkaufsentwicklung und den Langzeiteinsatz der Geräte bei zufällig ermittelten Käufern an zwei Warenhausstandorten erarbeiten. Alpha liefert nach einiger Zeit zwei Datensätze mit der Angabe, dass jeder Satz zu einem Warenhausstandort gehöre. Der Chef der auftragserteilenden Firma zeigt sich darauf gegenüber einem Angestellten sichtlich erbost über Alpha. Der Angestellte wird beauftragt, die Datensätze zu studieren und danach dem Direktionskollegium zu präsentieren. Er hat seine Arbeit in folgende Teilaufgaben gegliedert, welche hier nachvollzogen werden sollen:

$$M_1 = \{8, 6, 0, 7, 1, 1, 2, 4, 3, 5, 2, 8, 4, 3, 0, 8, 2, 6, 8, 9, 9, 8, 0, 2, 6, 8, 2, 6, 0, 4, 6, 1, 8, 7, 0, 3, 2, 9, 5, 4, 4, 9, 4, 7, 9, 0, 2, 8, 5, 0\}$$

$$M_2 = \{1, 5, 7, 3, 9, 9, 3, 9, 6, 1, 7, 9, 1, 4, 8, 8, 2, 0, 5, 9, 7, 2, 3, 8, 3, 3, 4, 6, 2, 6, 4, 8, 3, 2, 3, 9, 7, 9, 8, 5, 3, 5, 6, 2, 9, 5, 1, 4, 1, 3\}$$

(a) Erstelle für M_1 und M_2 je eine Strichliste.

(b) Erstelle für M_1 und M_2 je ein Histogramm mit 10 Klassen.

(c) Berechne für M_1 und M_2 je den Stichprobenumfang, den Mittelwert und die Standardabweichung.

(d) Vergleiche die Datenmenge M_1 mit der Datenmenge M_2 mittels BoxWhiskers-Plots (Gegenüberstellung der Plots).

(e) Beschreibe, was die Datensätze überaus verdächtig machen könnte. Lege dar, wieso die Daten allenfalls zurückgewiesen werden.

Probl. 6 (a) Auf wieviele mögliche Arten kann man 14 Gerichte auf die 14 Ferientage verteilen?
 (b) Auf wieviele mögliche Arten kann man 50 Arbeitsgänge auf die 7 Mitarbeiter möglichst so verteilen, dass höchstens einmal einer einen Arbeitsgang mehr als die anderen erledigen muss?

WIR1

Viel Glück!