Aufnahmeprüfung – Examen d'admission 1994

Abt: MEBAFI **Fach : Algebra** **Serie 1**

Bedingungen

- Als Hilfsmittel ist nur ein netzunabhängiger Taschenrechner erlaubt. Formelsammlungen und andere Hilfsmittel sind nicht zugelassen.
- Nur Lösungen mit klarem und vollständigem Lösungsweg mit Angabe der Zwischenresultate werden akzeptiert.
- Lösungsbestandteile auf dem Aufgabenblatt werden nicht akzeptiert.
- Ungültige Teile der Arbeit sind deutlich durchzustreichen und Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Es darf nicht mit Bleistift geschrieben werden.
- Diese Prüfung umfasst sechs Aufgaben.

Aufgabe 1:
Am 1. März 1994 wurden in einem kleinen Teich mit einem Netz 35 Fische gefangen, mit einem roten Punkt markiert und wieder ausgesetzt. Am 3. März wurden im selben Teich mit dem selben Netz 50 Fische gefangen, wovon 6 markiert waren.

(a) Berechnen Sie die Gesamtzahl der Fische im Teich.

(b) Beschreiben Sie mit ein paar Worten die Annahmen, die Ihrer Rechnung zugrunde liegen.

Aufgabe 2:
Betrachten Sie den Ausdruck

$$\frac{\sqrt{3a^{-1}}\; a^{n+1}\; (\sqrt[5]{a})^{n-5}\; (a^{2n+1})^c}{a^{-2/3+c(n+1)}\; \sqrt[3]{2a^n\,\sqrt{a}}}$$

(a) Bringen Sie ihn auf die Form $k\, a^q$.

(b) Bestimmen Sie die Konstante c, sodass der Ausdruck unabhängig von n wird.

Aufgabe 3:
Bei einem quadratischen Grundstück (Umfang $76m$) wird auf drei der vier Seiten ein Rand mit Breite b abgetrennt, sodass eine Fläche von $304m^2$ übrigbleibt.
Wie gross ist b? Das Resultat ist mit drei Dezimalstellen nach dem Komma anzugeben.

Aufgabe 4:
Sei $\log x$ der Zehnerlogarithmus. Finde **alle** Lösungen des folgenden Systems von Gleichungen

$$\begin{aligned} z\,\log(1000y) + 5z^2 \log(y^2) &= 3z \\ z - 4y &= 3 \end{aligned}$$

---

bitte wenden

Aufgabe 5:
Ein Boot fährt zuerst 30 km auf einem See (keine Strömung), dann eine gewisse Zeit flussabwärts mit einer Geschwindigkeit von 18 km/h gegenüber dem Ufer. Anschliessend kehrt das Boot an den Ausgangspunkt zurück. Insgesamt ist es 4 Stunden und 50 Minuten unterwegs und Nachmessen auf der Landkarte ergibt eine totale Reisedistanz von 72 Kilometern. Die Fahrt flussaufwärts dauerte 10 Minuten länger als flussabwärts. Die Geschwindigkeit des Bootes gegenüber dem Wasser ist immer gleich gross.

Bestimme die Geschwindigkeit des Wassers im Fluss gegenüber dem Ufer.

Aufgabe 6:
Die vier wichtigsten unter den Jupitermonden haben die folgenden Umlaufzeiten: 42 h, 85 h, 172 h und 400 h. Nach wievielen Stunden werden sich die Monde wieder in derselben gegenseitigen Position befinden und wieviele Umläufe hat jeder Mond in dieser Zeit gemacht?

Examen d'admission – Aufnahmeprüfung 1994

Div: MEBAFI **Branche : Algèbre** **Série 1**

Conditions

- Seul outil autorisé: calculatrice de poche indépendante du secteur. Les formulaires et autres documents en tout genre sont interdits.
- Seules les solutions avec développement clair et compréhensible et avec des résultats intermédiaires sont acceptées.
- Toute solution présentée sur la feuille de données des problèmes n'est pas acceptée.
- Les parties non valables du travail doivent être dûment biffées en diagonale et les résultats finaux doivent être soulignés deux fois.
- Ne pas écrire au crayon.
- Cet examen se compose de six problèmes.

Problème 1:
Dans un petit étang on a pêché au filet 35 poissons le 1er mars 1994. Les poissons ont été marqués avec un point rouge et ont été relâchés. Le 3 mars on a attrapé 50 poissons avec le même filet, dont 6 poissons avec des points rouges.

(a) Calculer le nombre total de poissons dans l'étang.

(b) Donner une courte description des hypothèses utilisées qui justifient votre calcul.

Problème 2:
On considère l'expression

$$\frac{\sqrt{3a^{-1}}\; a^{n+1}\; (\sqrt[5]{a})^{n-5}\; (a^{2n+1})^c}{a^{-2/3+c(n+1)}\; \sqrt[3]{2a^n\;\sqrt{a}}}$$

(a) Ecrire l'expression sous la forme $k\;a^q$.

(b) Trouver la constante c telle que l'expression soit indépendante de n.

Problème 3:
Dans un terrain carré (de périmètre $76m$) on coupe une bande de largeur b sur trois des quatre côtés, de telle sorte qu'il reste une surface de $304m^2$.

Trouver b. Le résultat doit être donné avec une précision de trois chiffres après la virgule.

Problème 4:
Soit $\log x$ le logarithme de base 10. Trouver **toutes** les solutions du système d'équations suivantes

$$\begin{aligned} z\;\log(1000y) + 5z^2\log(y^2) &= 3z \\ z - 4y &= 3 \end{aligned}$$

---

tourner svp.

Problème 5:
Un bateau avance sur un lac sur une distance de 30 km (sans courant). Puis il descend pendant un certain temps une rivière à une vitesse de 18 km/h par rapport au bord. Le bateau retourne ensuite à son point de départ, par le même chemin. Le voyage prend au total 4 heures et 50 minutes, et représente sur une carte la distance de 72 km. La remontée de la rivière prend 10 minutes de plus que la descente. La vitesse du bateau par rapport à l'eau est constante.

Trouver la vitesse de l'eau de la rivière par rapport au bord.

Problème 6:
Les quatre lunes les plus importantes de Jupiter ont les périodes de révolutions suivantes: 42 h, 85 h, 172 h et 400 h. Après combien d'heures vont-elles revenir à la même position relative? Trouver le nombre de tours complets que chaque lune aura effectués.

Aufnahmeprüfung – Examen d'admission 1994

Abt: MEBAFI **Fach : Algebra** **Serie 2**

Bedingungen

- Als Hilfsmittel ist nur ein netzunabhängiger Taschenrechner erlaubt. Formelsammlungen und andere Hilfsmittel sind nicht zugelassen.
- Nur Lösungen mit klarem und vollständigem Lösungsweg mit Angabe der Zwischenresultate werden akzeptiert.
- Lösungsbestandteile auf dem Aufgabenblatt werden nicht akzeptiert.
- Ungültige Teile der Arbeit sind deutlich durchzustreichen und Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Es darf nicht mit Bleistift geschrieben werden.
- Diese Prüfung umfasst sechs Aufgaben.

Aufgabe 1:
Am 1. März 1994 wurden in einem kleinen Teich mit einem Netz 45 Fische gefangen, mit einem roten Punkt markiert und wieder ausgesetzt. Am 3. März wurden im selben Teich mit dem selben Netz 60 Fische gefangen, wovon 8 markiert waren.

(a) Berechnen Sie die Gesamtzahl der Fische im Teich.

(b) Beschreiben Sie mit ein paar Worten die Annahmen, die Ihrer Rechnung zugrunde liegen.

Aufgabe 2:
Betrachten Sie den Ausdruck

$$\frac{x^{-2/3+k(n+1)}\,\sqrt[3]{2x^n\,\sqrt{x}}}{\sqrt{3x^{-1}}\;x^{n+1}\;(\sqrt[5]{x})^{n-5}\;(x^{2n+1})^k}$$

(a) Bringen Sie ihn auf die Form $c\,x^p$.

(b) Bestimmen Sie die Konstante k, sodass der Ausdruck von unabhängig von n wird.

Aufgabe 3:
Bei einem quadratischen Grundstück (Umfang $84m$) wird auf drei der vier Seiten ein Rand mit Breite b abgetrennt, sodass eine Fläche von $377m^2$ übrigbleibt.

Wie gross ist b? Das Resultat ist mit drei Dezimalstellen nach dem Komma anzugeben.

Aufgabe 4:
Sei $\log x$ der Zehnerlogarithmus. Finde **alle** Lösungen des folgenden Systems von Gleichungen

$$\begin{aligned} y\,\log(100z) + 5y^2\log(z^2) &= 2y \\ 2z - 4y &= 5 \end{aligned}$$

---

bitte wenden

Aufgabe 5:
Ein Boot fährt zuerst 32 km auf einem See (keine Strömung), dann eine gewisse Zeit flussabwärts mit einer Geschwindigkeit von 20 km/h gegenüber dem Ufer. Anschliessend kehrt das Boot an den Ausgangspunkt zurück. Insgesamt ist es 5 Stunden und 4 Minuten unterwegs und Nachmessen auf der Landkarte ergibt eine totale Reisedistanz von 96 Kilometern. Die Fahrt flussaufwärts dauerte 16 Minuten länger als flussabwärts. Die Geschwindigkeit des Bootes gegenüber dem Wasser ist immer gleich gross.

Bestimme die Geschwindigkeit des Wassers im Fluss gegenüber dem Ufer.

Aufgabe 6:
Die vier wichtigsten unter den Jupitermonden haben die folgenden Umlaufzeiten: 400 h, 172 h, 65 h und 42 h. Nach wievielen Stunden werden sich die Monde wieder in derselben gegenseitigen Position befinden und wieviele Umläufe hat jeder Mond in dieser Zeit gemacht?

Examen d'admission – Aufnahmeprüfung 1994

Div: MEBAFI **Branche : Algèbre** **Série 2**

Conditions

- Seul outil autorisé: calculatrice de poche indépendante du secteur. Les formulaires et autres documents en tout genre sont interdits.
- Seules les solutions avec développement clair et compréhensible et avec des résultats intermédiaires sont acceptées.
- Toute solution présentée sur la feuille de données des problèmes n'est pas acceptée.
- Les parties non valables du travail doivent être dûment biffées en diagonale et les résultats finaux doivent être soulignés deux fois.
- Ne pas écrire au crayon.
- Cet examen se compose de six problèmes.

Problème 1:
Dans un petit étang on a pêché au filet 45 poissons le 1er mars 1994. Les poissons ont été marqués avec un point rouge et ont été relâchés. Le 3 mars on a attrapé 60 poissons avec le même filet, dont 8 poissons avec des points rouges.

(a) Calculer le nombre total de poissons dans l'étang.

(b) Donner une courte description des hypothèses utilisées qui justifient votre calcul.

Problème 2:
On considère l'expression

$$\frac{x^{-2/3+k(n+1)}\ \sqrt[3]{2x^n\sqrt{x}}}{\sqrt{3x^{-1}}\ x^{n+1}\ (\sqrt[5]{x})^{n-5}\ (x^{2n+1})^k}$$

(a) Ecrire l'expression sous la forme $c\,x^p$.

(b) Trouver la constante k telle que l'expression soit indépendante de n.

Problème 3:
Dans un terrain carré (de périmètre $84m$) on coupe une bande de largeur b sur trois des quatre côtés, de telle sorte qu'il reste une surface de $377m^2$.

Trouver b. Le résultat doit être donné avec une précision de trois chiffres après la virgule.

Problème 4:
Soit $\log x$ le logarithme de base 10. Trouver **toutes** les solutions du système d'équations suivantes

$$\begin{aligned} y\ \log(100z) + 5y^2 \log(z^2) &= 2y \\ 2z - 4y &= 5 \end{aligned}$$

---

tourner svp.

Problème 5:
Un bateau avance sur un lac sur une distance de 32 km (sans courant). Puis il descend pendant un certain temps une rivière à une vitesse de 20 km/h par rapport au bord. Le bateau retourne ensuite à son point de départ, par le même chemin. Le voyage prend au total 5 heures et 4 minutes, et représente sur une carte la distance de 96 km. La remontée de la rivière prend 16 minutes de plus que la descente. La vitesse du bateau par rapport à l'eau est constante.

Trouver la vitesse de l'eau de la rivière par rapport au bord.

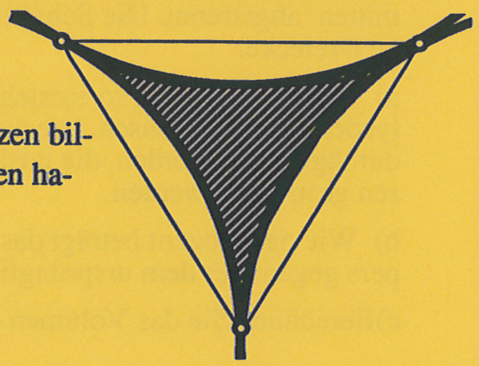
Problème 6:
Les quatre lunes les plus importantes de Jupiter ont les périodes de révolutions suivantes: 400 h, 172 h, 65 h et 42 h. Après combien d'heures vont-elles revenir à la même position relative? Trouver le nombre de tours complets que chaque lune aura effectués.

Bedingungen

- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner.
  Nicht erlaubt sind: Notebooks, Laptops, Palmtops.
- Lösungen ohne klaren und vollständigen Lösungsweg mit Angabe der Zwischenresultate werden nicht akzeptiert.
- Ungültige Teile der Arbeit sind deutlich durchzustreichen und Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Jede Aufgabe ist mit einem horizontalen Querstrich abzuschliessen.
- Es werden nur Lösungen auf Doppelbogen akzeptiert (werden zur Verfügung gestellt), also auch keine Lösungen auf dem Aufgabenblatt.
- Es darf nicht mit Bleistift geschrieben werden.
- Diese Prüfung umfasst sechs Aufgaben, welche alle gleiches Gewicht haben.

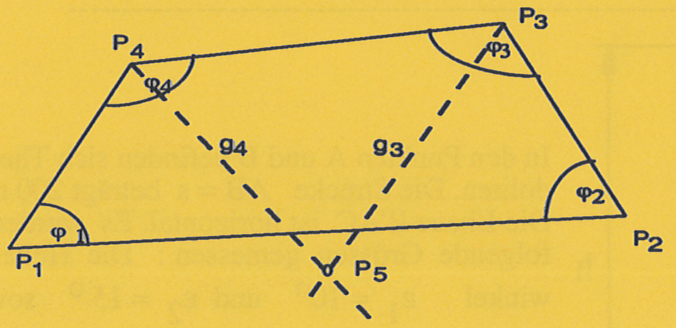
11111111111111111111111111111111111111DDDDDDDDDDDD1111111111111111111111111111111111111111111111111

1) Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur. Die drei Spitzen bilden ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge **s** . Die Kreisbogen haben alle Radius **s** . Die Figur besitzt drei Symmetrieachsen.



---

2)



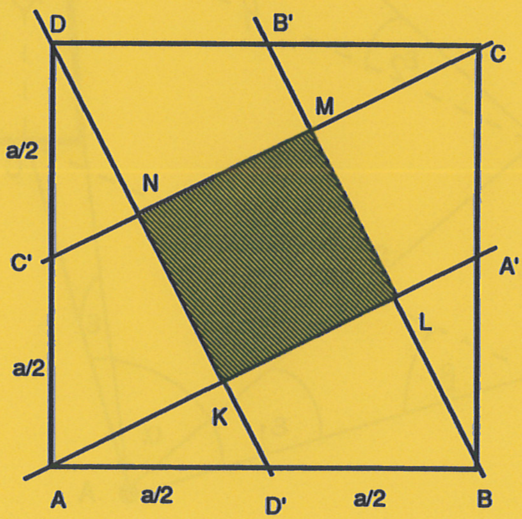
In einem Viereck $P_1P_2P_3P_4$ mit den Innenwinkeln $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ (alle kleiner als 180^o) sind g_3 und g_4 die Winkelhalbierenden der Winkel φ_3 und φ_4 . Sie schneiden sich im Punkte P_5 . Beweise :

$$Winkel(P_4P_5P_3) = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$$

---

3) Gegeben sei das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge **a** .

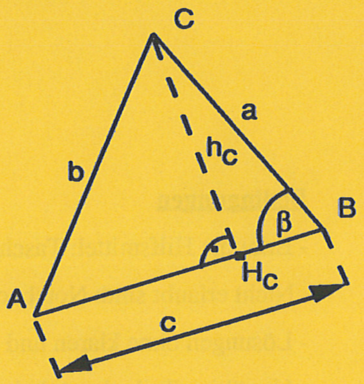
Berechnen Sie exakt (d.h. allfällige Wurzeln stehen lassen) den Flächeninhalt der schraffierten Figur KLMN, wenn A', B', C', D' die Seitenmitten des Quadrates sind. Das Resultat ist möglichst stark zu vereinfachen.



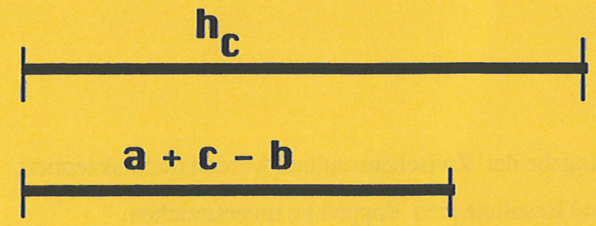
28/2/1995 Aufgaben, Redaktion: TSP/Konsultant:FLA

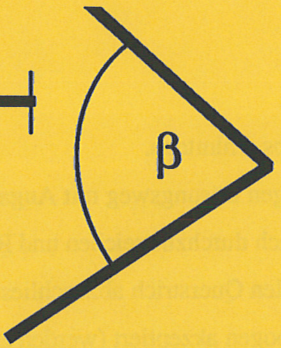
bitte wenden

4) Konstruiere mit Zirkel und Lineal das skizzierte Dreieck (nicht maßstabgetreu !)



aus den gegebenen graphischen Daten β, h_c, $a+c-b$:





Beschreibe den konstruktiven Vorgang.

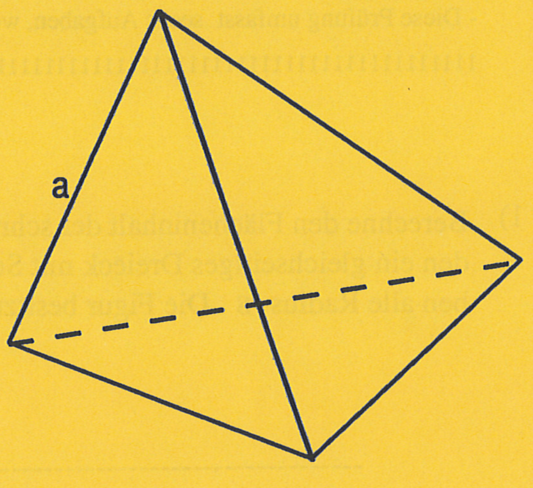
---

5) Von einem regulären Tetraeder (d.h. alle Kanten sind gleich gross) mit Kantenlängen **a** wird jede der vier Ecken durch einen ebenen Schnitt durch die Kantenmitten abgetrennt. Die Schnittflächen seien gleichseitige Dreiecke.

a) Zeichnen Sie den so entstehenden Restkörper (Polyeder) perspektivisch. Die sichtbaren Kanten müssen durchgezogen werden, die unsichtbaren Kanten müssen gestrichelt werden.

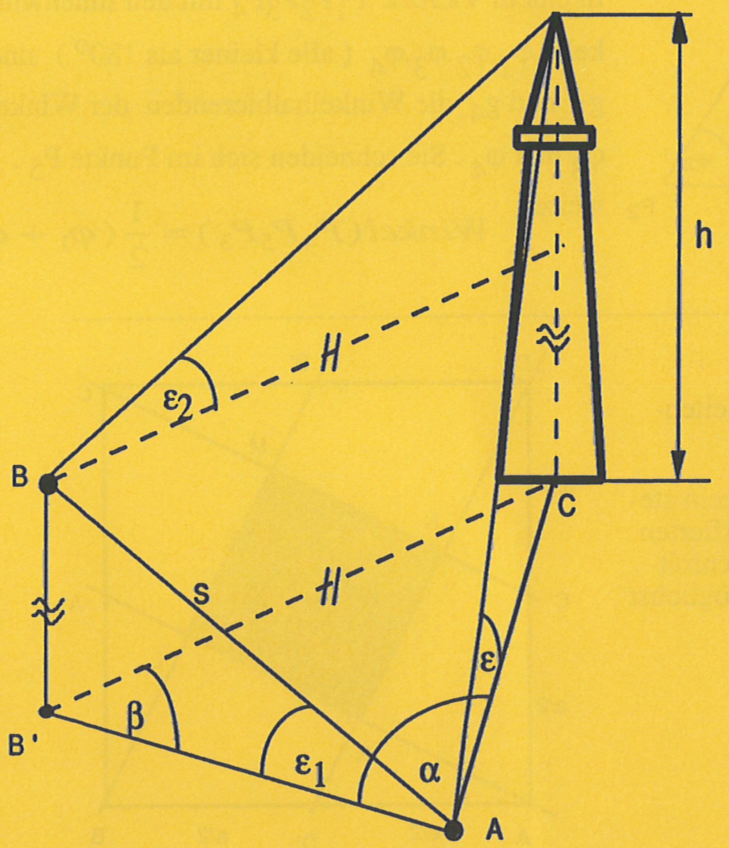
b) Wieviel Prozent beträgt das Volumen des Restkörpers gegenüber dem ursprünglichen Tetraeder ?

c)Berechnen Sie das Volumen des Restkörpers.



---

6)



In den Punkten A und B befinden sich Theodoliten. Die Strecke AB = s beträgt 200 m . Die Ebene B'AC ist horizontal. Es wurden folgende Grössen gemessen : Die Höhenwinkel $\varepsilon_1 = 10^o$ und $\varepsilon_2 = 15^o$ sowie die Winkel $\alpha = 75^o$ und $\beta = 60^o$.

a) Berechnen Sie die Höhe h des vertikalen Turms mit einer Genauigkeit auf einen Dezimeter richtig gerundet.

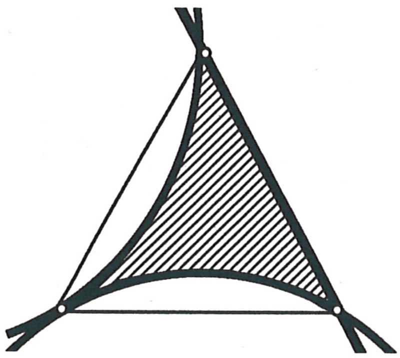
b) Berechnen Sie den Winkel ε auf Zehntelsgrad richtig gerundet.

28/2/1995 Aufgaben, Redaktion: TSP/Konsultant:FLA

Bedingungen

- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner.
  Nicht erlaubt sind: Notebooks, Laptops, Palmtops.
- Lösungen ohne klaren und vollständigen Lösungsweg mit Angabe der Zwischenresultate werden nicht akzeptiert.
- Ungültige Teile der Arbeit sind deutlich durchzustreichen und Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Jede Aufgabe ist mit einem horizontalen Querstrich abzuschliessen.
- Es werden nur Lösungen auf Doppelbogen akzeptiert (werden zur Verfügung gestellt), also auch keine Lösungen auf dem Aufgabenblatt.
- Es darf nicht mit Bleistift geschrieben werden.
- Diese Prüfung umfasst sechs Aufgaben, welche alle gleiches Gewicht haben.

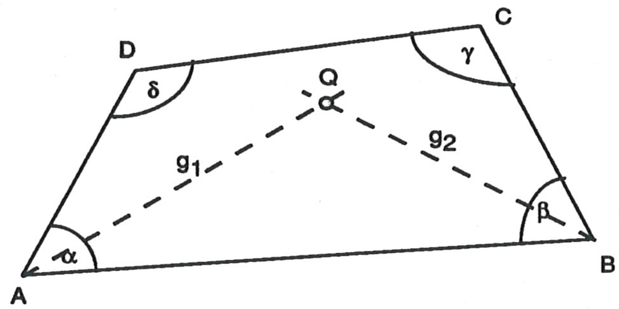
2222222222222222222222222222222222222222222DDDDDDDDDDDDDDD22222222222222222222222222222222222222222222222

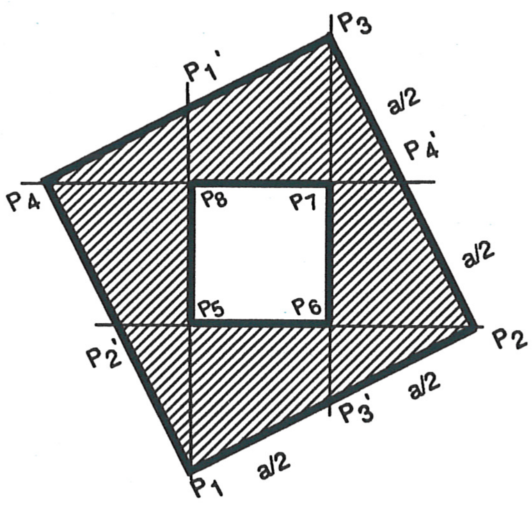
1) 

Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Figur, begrenzt durch zwei Kreisbogen und einer Gerade. Die drei Spitzen bilden ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge **r** . Beide Kreisbogen haben Radius **r** , deren Kreismittelpunkte befinden sich auf Symmetrieachsen des Dreiecks .

2) In einem Viereck ABCD mit den Innenwinkeln α, β, γ, δ (alle kleiner als 180^o) sind g_1 und g_2 die Winkelhalbierende der Winkel α und β . Sie schneiden sich im Punkte Q . Beweise :

$$Winkel(AQB) = \frac{1}{2}(\gamma + \delta)$$



3) 

Gegeben sei das Quadrat $P_1P_2P_3P_4$ mit der Seitenlänge **a.**

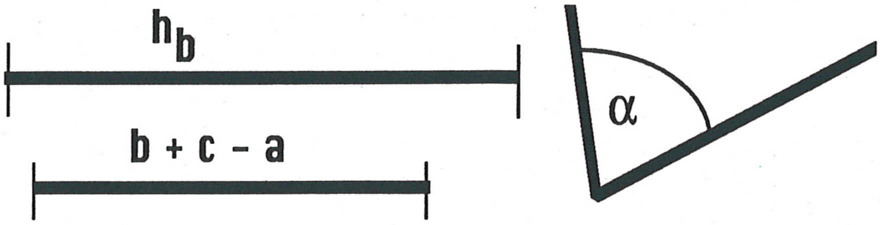
Berechnen Sie exakt (d.h. allfällige Wurzeln stehen lassen) den Flächeninhalt der schraffierten Figur, wenn P_1', P_2', P_3' und P_4' die Seitenmitten des Quadrates sind. Das Resultat ist möglichst stark zu vereinfachen.

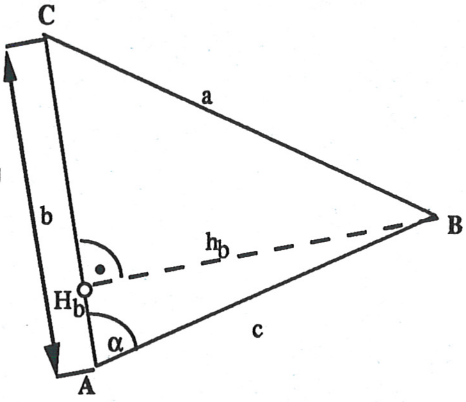
bitte wenden

28/2/1995 Aufgaben, Redaktion: TSP/Konsultant:FLA

4) Konstruiere mit Zirkel und Lineal das skizzierte Dreieck (nicht maßstabgetreu !)

aus den gegebenen graphischen Daten α, h_b, b+c-a :

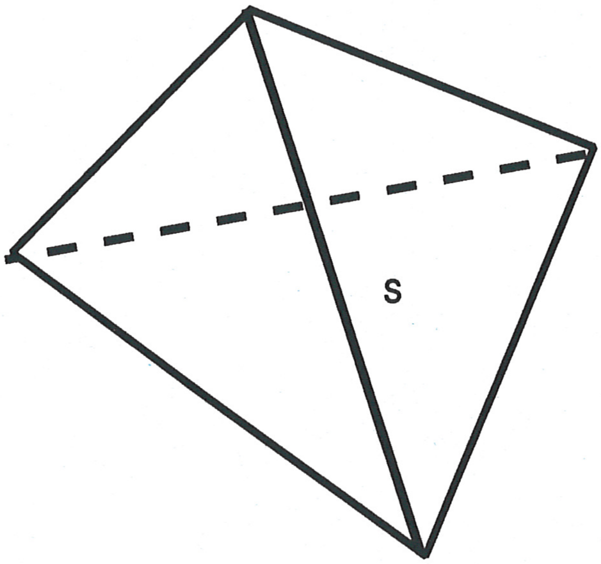




Beschreibe den konstruktiven Vorgang.

---

5)



Von einem regulären Tetraeder (d.h. alle Kanten sind gleich gross) mit Kantenlängen **s** wird jede der vier Ecken durch einen ebenen Schnitt durch die Kantenmitten abgetrennt. Die Schnittflächen seien gleichseitige Dreiecke.

a) Zeichnen Sie die weggeschnittenen Teile in die Konturen des original Tetraeders perspektivisch ein . Die sichtbaren Kanten müssen durchgezogen werden, die unsichtbaren Kanten müssen gestrichelt werden.

b) Wieviel Prozent aus dem ursprünglichen Volumen des Tetraeders wurden weggeschnitten ?

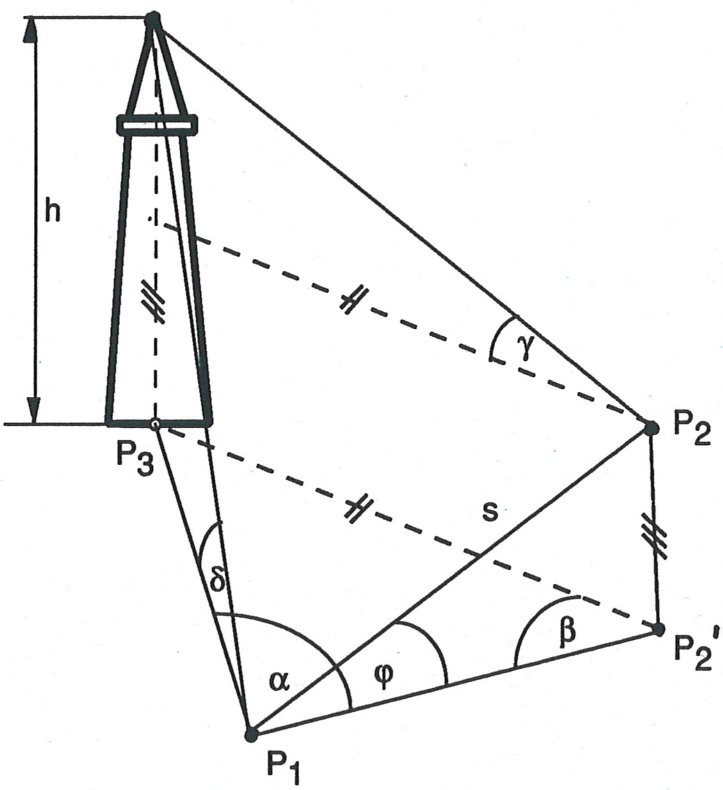
c) Berechnen Sie das Volumen der weggeschnittenen Teile.

---

6) In den Punkten P_1 und P_2 befinden sich Theodoliten. Die Strecke P_1P_2 = s beträgt 150 m. Die Ebene $P_1P_2'P_3$ ist horizontal. Es wurden folgende Grössen gemessen : Die Höhenwinkel $\varphi = 15^o$ und $\gamma = 10^o$ sowie die Winkel $\alpha = 80^o$ und $\beta = 60^o$.

a) Berechnen Sie die Höhe h des vertikalen Turms mit einer Genauigkeit auf einen Dezimeter richtig gerundet.

b) Berechnen Sie den Winkel δ auf Zehntelsgrad richtig gerundet.



28/2/1995 Aufgaben, Redaktion: TSP/Konsultant:FLA