

Inhaltsverzeichnis als Orientierungshilfe

Nach dem Prinzip des
systematischen, streng
logischen Stoffaufbaus

(Aus äusseren Gründen muss
aber im Unterricht die Reihenfolge
manchmal verändert werden)

Was war zuerst?
Das Huhn oder das Ei?



Der gebogene
Denkkreis

Inhaltsverzeichnis Mathematik

Die nachfolgende Liste zeigt eine mögliche Gliederung des Stoffes nach dem Grundsatz des streng-logischen Aufbaus. Aus Rücksicht auf andere Fächer müssen allerdings im Unterricht gewisse Gebiete vorgezogen werden. ISB, WIR90/91

I. 1. Jahr (plus/ minus)

Einführung

- 1. Einführung
- 1.1. Die Mathematik im Rahmen des Studiums
- 1.2. Lerntechnik
- 1.3. Prinzipien und Grundsätze
- 1.4. Hilfsmittel, Mathematica und Beispiele
- 1.5. Organisatorisches
- 1.6. Ueber das Wesen der Mathematik
- 1.6.1. Einige modellhafte Beweise: Winkelsumme im Dreieck, Pythagoras, Höhensatz, Kathetensatz...
- 1.6.2. Wirklichkeit und mathematisches Modell
- 1.6.3. Woher? Wohin? Was soll's?
- 1.6.4. Beweise - anschauliche Begründung
- 1.7. Zur Vektorgeometrie und Goniometrie
- 1.7.1. Geometrische Vektoren, Vektoraddition
- 1.7.2. Sinussatz
- 1.7.3. Cosinussatz
- 1.7.4. Goniometrie
- 1.8. Ausblick in die Differential- und Integralrechnung
- 1.9. Uebungen zur Algebra U1-Uxx und Mathematica-Uebungen

Junktorenlogik (Aussagenlogik)

- 2. 2-wertige Aussagenlogik
- 2.1. Allgemeines, Literatur
- 2.2. Aussagen, Aussagenvariablen, Belegungen
- 2.3. Zusammengesetzte Aussagen
- 2.3.1. Negation
- 2.3.2. Konjunktion
- 2.3.3. Adjunktion
- 2.3.4. Exklusion
- 2.3.5. Subjunktion (hinreichende, notwendige Bedingung)
- 2.3.6. Bijunktion
- 2.3.7. Klammerungen
- 2.3.8. Aussagenformen
- 2.3.9. Verknüpfungsbasen
- 2.3.10. Tautologie, Kontradiktion, Aequivalenz, Implikation, Gesetze
- 2.3.11. Exkurs: Logischer Schluss (Beweis)
- 2.3.12. Exkurs: Quantoren, Grenzen der Aussagenlogik
- 2.3.13. Polnische Notation (Lukasiewicz)
- 2.4. Normalformen
- 2.4.1. Gegenstand

- 2.4.2. Theorie: Definitionen, Existenz, Eindeutigkeit
- 2.5. Ausblick: Resultate bezüglich Aussagenlogik

Mengenlehre

- 3. Einführung in die naive elementare Mengenlehre
 - 3.1. Grundlagen
 - 3.1.1. Der Mengenbegriff
 - 3.1.2. Beschreibung einer Menge
 - 3.1.3. Gleichheit von Mengen
 - 3.1.4. Die leere Menge
 - 3.1.5. Antinomien der naiven Mengenlehre
 - 3.1.6. Venn-/ Euler-Diagramme
 - 3.1.7. Endliche Mengen, Mächtigkeit
 - 3.2. Mengenbeziehungen
 - 3.2.1. Teilmengen
 - 3.2.2. Klassen von Mengen, Potenzmengen
 - 3.2.3. Mengenverknüpfungen
 - 3.2.4. Gesetze der Mengenalgebra
 - 3.2.5. Hasse-Diagramme
 - 3.3. Produktmengen
 - 3.3.1. Geordnete Paare
 - 3.3.2. Verallgemeinerung auf mehrere Faktoren

Relationen, Funktionen, Abbildungen

- 4. Relationen und Funktionen
 - 4.1. Der Begriff "Relation"
 - 4.2. Spezielle Relationen
 - 4.2.1. Identitätsrelation (Diagonalrelation)
 - 4.2.2. Inverse Relation
 - 4.2.3. Reflexive Relation
 - 4.2.4. Symmetrische Relation
 - 4.2.5. Transitiv Relation
 - 4.2.6. Äquivalenzrelation
 - 4.2.7. Ordnungsrelation
 - 4.3. Partitionen und Quotientenmengen
 - 4.4. Abbildungen und Funktionen
 - 4.4.1. Definitionen
 - 4.4.2. Der Graph einer Funktion
 - 4.4.3. Hintereinanderschalten von Funktionen
 - 4.4.4. Funktionstypen

Erfahrung gewinnen mit Funktionen (Erfahrungsbereich erweitern)

- 5. Einfache Standard-Funktionen
 - 5.1. Einleitung
 - 5.1.1. Zahlengerade
 - 5.1.2. Reelles Standardkoordinatensystem
 - 5.1.3. Definitionsbereich, Wertebereich, Wertetabelle
 - 5.1.4. Intervalle
 - 5.1.5. Gleichheit zweier Funktionen
 - 5.2. Einige Funktionsklassen
 - 5.2.1. Gauss-Klammerfunktion, INT, Treppenfunktionen
 - 5.2.2. Signum
 - 5.2.3. Betragsfunktion

- 5.2.4. Rechnen mit Beträgen, Dreiecksungleichung
- 5.2.5. Zahlenfolgen
- 5.2.6. Lineare Funktion, Steigung, Verschiebung
- 5.2.7. Quadratische Funktionen, Koordinatentransformationen, Parabeln
- 5.2.8. Anwendung: Quadratische Gleichung, Ungleichung
- 5.2.9. Potenzfunktionen, Hyperbeln
- 5.2.10. Beschränkte und unbeschränkte Funktionen, Asymptoten, Pole
- 5.2.11. Stückweise zusammengesetzte Funktionen, punktweise definierte Funktionen
- 5.2.12. Monotonie, strenge Monotonie
- 5.2.13. Gerade, ungerade Funktionen
- 5.2.14. Inverse Funktionen, Wurzelfunktionen
- 5.2.15. Polynome (rationale Funktionen), Grad
- 5.2.16. Gebrochen rationale Funktionen
- 5.2.17. Trigonometrische Funktionen: sin, cos, tan, ctg
Winkelmessung, Periodizität
- 5.2.18. Arcusfunktionen
- 5.2.19. Polarkoordinaten, Funktionen in Polarkoordinaten
- 5.2.20. Exponentialfunktionen
- 5.2.21. Logarithmusfunktionen
- 5.2.22. Hyperbolische Funktionen
- 5.2.23. Zusammengesetzte Funktionen
- 5.2.24. Implizite "Funktionen"
- 5.2.25. Anwendungsbeispiele: Abkühlungsgesetz,
Populationsmodelle, Interpolationspolynom durch eine
Messreihe etc.
- 5.2.26. Das Problem der Anzahlfunktionen (Kombinatorik)
- 5.2.27. Logische Funktionen

Kombinatorik

- 6. Anzahlfunktionen, Kombinatorik
- 6.1. Einleitung
- 6.2. Einfache Permutationen (ohne Wiederholung)
- 6.3. Permutationen mit Wiederholung
- 6.4. Die Stirlingsche Formel
- 6.5. Kombinationen und Variationen
- 6.5.1. Die Problematik beim Auswahlproblem
- 6.5.2. Variationen ohne Wiederholung
- 6.5.3. Kombinationen ohne Wiederholung
- 6.5.4. Variationen mit Wiederholung
- 6.5.5. Kombinationen mit Wiederholung
- 6.5. Anwendungsbeispiele

Schritte in die Boolesche Algebra und Schaltalgebra

- 7. Boolesche Algebra und Schaltalgebra
- 7.1. Allgemeines
- 7.1.1. Vergleich Aussagenlogik - Mengenalgebra
- 7.1.2. Methodik, Problemkreise, Modelle in der Mathematik
- 7.2. Verbände
- 7.3. Boolesche Verbände, Boolesche Algebren
- 7.4. Schaltalgebra
- 7.4.1. Gegenstand

- 7.4.2. Darstellungsarten in der Schalttechnik
- 7.5. Satz von Stone
- 7.6. Rechengesetze der Schaltalgebra
- 7.7. Termumformungen
- 7.8. Behandlung von Schaltnetzen
- 7.9. Das Darstellungsproblem
- 7.10. Das Minimalisierungsproblem
- 7.10.1. Exkurs: Adjunktive Normalform
- 7.10.2. Karnaugh-Methode
 - 1. Mit 2 Variablen
 - 2. Mit 3 Variablen
 - 3. Mit 4 Variablen
 - 4. Mit frei wählbaren Bedingungen
 - 5. Mit 5 Variablen
 - 6. Die Möglichkeiten k.N.F. und a.N.F.
- 7.10.3. Weitere Methoden
- 7.10.4. Projekt/ Workshop/ Beispiele

Zahlenalgebra (Einführung in die elementare Zahlentheorie)

- 8. Elementare Zahlentheorie
- 8.1. Aufbau der natürlichen Zahlen
 - 8.1.1. Axiomatische Methode
 - 8.1.2. Definition der Addition "+" auf \mathbb{N}
 - 8.1.3. Definition der Multiplikation
 - 8.1.4. Verbindung zwischen Addition und Multiplikation:
 - Distributivität
 - 8.1.5. Das Prinzip der vollständigen Induktion
 - 8.1.6. Ordnungsrelation auf \mathbb{N}
 - 8.1.7. Potenzen
 - 8.1.8. Teiler in \mathbb{N}
- 8.2. Die ganzen Zahlen \mathbb{Z}
 - 8.2.1. Problematik und Konstruktion
 - 8.2.2. Definition der Operationen "+" und "·" auf \mathbb{N}
 - 8.2.3. Interpretation von \mathbb{Z} , Einbettung von \mathbb{N}
 - 8.2.4. Ausdehnung der Ordnungsrelation auf \mathbb{Z}
 - 8.2.5. Subtraktion und Betragsfunktion in \mathbb{Z}
 - 8.2.6. Die algebraische Struktur $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$: Integritätsbereich
 - 8.2.7. Teiler von ganzen Zahlen
 - 8.2.8. Primzahlen
 - 8.2.9. g.g.T. und k.g.V.
 - 8.2.10. Euklidischer Algorithmus zur Bestimmung des g.g.T.
 - 8.2.11. Anwendung auf Primfaktorenzerlegung und Idealeigenschaft
 - 8.2.12. Kongruenzen
 - 8.2.13. Rechnen mit Restklassen, Körpereigenschaft
 - 8.2.14. Variable, Terme, Polynomringe
 - 8.2.15. Stellenwertsysteme
 - 8.2.16. Rechnen in Positionssystemen
 - 8.2.16. 1. Das Verwandlungsproblem
 - 8.2.16. 2. Rechnen in nichtdezimalen Systemen
 - 8.2.17. Anwendungen in der Informatik
 - 8.2.17. 1. Grundlagen: Codierungen, Zahlendarstellung im Rechner
 - 8.2.17. 2. Beispiel EBCDI-Code
 - 8.2.17. 3. Arithmetische Operationen, packen, entpacken

- 8.2.17. 4. Dualer Festpunktcode
- 8.2.17. 5. BCD-Darstellung (Binary Coded Decimal)
- 8.2.17. 6. Sedezimaler Gleitpunktcode
- 8.3. Die rationalen Zahlen \mathbb{Q}
- 8.3.1. Rationale Zahl als Aequivalenzklasse, Konstruktion von \mathbb{Q}
- 8.3.2. Die Operationen "+" und "-" auf \mathbb{Q}
- 8.3.3. Einbettung von \mathbb{Z}
- 8.3.4. Ausdehnung der Ordnungsrelation
- 8.3.5. Dezimalbruchentwicklung und Verallgemeinerung: p-adische Entwicklung
- 8.3.6. Goldener Schnitt, Kettenbrüche: Das Problem des Grenzwertes
- 8.4. Die reellen Zahlen
- 8.4.1. Algebraisch irrationale Zahlen, transzendente Zahlen, Dedekindsche Schnitte
- 8.4.2. Ueber die Mächtigkeit
- 8.4.3. Delta, Epsilon-Umgebungen in \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^1
- 8.4.4. Nullfolgen
- 8.4.5. Konvergenz von Folgen
- 8.4.6. Berechnung von Grenzwerten
- 8.4.7. Verknüpfung von Grenzwerten
- 8.4.8. Konvergenz bei allgemeinen Funktionen
- 8.4.9. Linksseitiger, rechtsseitiger Limes
- 8.4.10. Stetigkeit, stückweise Stetigkeit
- 8.4.11. Stetigkeit und Beschränktheit, Stetigkeitssätze, Vertauschung der Limes
- 8.4.12. Verknüpfung stetiger Funktionen
- 8.4.13. Anwendungen: Kurvenverlauf, Grenzen, Minimum, Maximum
- 8.4.14. Gleichmässige Stetigkeit
- 8.4.15. Potenzen in \mathbb{R}
 - 1. Potenzen mit Basis in \mathbb{R} , Exponent in \mathbb{N}
 - 2. Potenzen mit Basis in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, Exponent in \mathbb{Z}
 - 3. Potenzen mit gebrochenen Exponenten
 - 4. Potenzen mit reellen Exponenten
- 8.4.16. Die Eulersche Exponentialfunktion
- 8.4.17. Der natürliche Logarithmus
- 8.5. Die komplexen Zahlen \mathbb{C}
- 8.5.1. Definition von $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
- 8.5.3. Eigenschaften der komplexen Zahlen
- 8.5.4. Geometrische Interpretation von \mathbb{C}
 - 1. Verwendete Koordinatensysteme
 - 2. Geometrische Bedeutung von Addition und Multiplikation
- 8.5.5. Potenzen und Einheitswurzeln
- 8.5.6. Ausblick: Funktionentheorie, Quaternionen
- 8.5.7. Faktorisierung von Polynomen in \mathbb{C} : Fundamentalsatz der Algebra und Nullstellen (Wurzeln) von Polynomen
- 8.5.8. Abschätzung der Nullstellen eines Polynoms mit den Koeffizienten
- 8.5.9. Partialbruchzerlegung
- 8.5.10. Die kubische Gleichung
- 8.6. Ausblick in die hyperreellen und hyperkomplexen Zahlen: Rechnen mit Monaden, infinitesimalen und unendlichen Grössen

Differentialrechnung

- 9. Differentialrechnung mit einer Variablen
- 9.1. Problemstellung
- 9.1.1. Die Steigung einer Funktion in einem Punkt und Ableitung
- 9.1.2. Differenzenquotient und Differentialquotient
- 9.1.3. Differenzierbarkeit, Beispiele
- 9.1.4. Differenzierbarkeit und Stetigkeit
- 9.1.5. Linksseitige, rechtsseitige Tangente, Knick, Sprung
- 9.1.6. Anwendungen
- 9.2. Der Kalkül
- 9.2.1. Produktenregel
- 9.2.2. Die Linearität des Differentialoperators
- 9.2.3. Anwendung auf Polynome
- 9.2.4. Quotientenregel
- 9.2.5. Kettenregel
- 9.2.6. Die Ableitung der Umkehrfunktion
- 9.2.7. Ableitung von Logarithmusfunktionen
- 9.2.8. Ableitung von Exponentialfunktionen
- 9.2.9. Ableitung von hyperbolischen Funktionen
- 9.2.10. Ableitung von trigonometrischen Funktionen
- 9.2.11. Ableitung von Arcusfunktionen
- 9.2.12. Anwendungen
- 9.2.13. Ableitung impliziter Funktionen
- 9.3. Höhere Ableitungen
- 9.4. Tangente und Normale an eine Kurve
- 9.5. Beziehung von Sehnen und Tangenten
- 9.5.1. Stetige Differenzierbarkeit
- 9.5.2. Satz von Rolle
- 9.5.3. Mittelwertsatz
- 9.5. Anwendung auf Extremalprobleme
- 9.5.1. Lokale und globale Extrema
- 9.5.2. Maxima, Minima und Tangente
- 9.5.3. Wendepunkte
- 9.5.4. Weitere kennzeichnende Elemente: Pole, Asymptoten etc.
- 9.5.5. Kurvendiskussionen
- 9.5.6. Anwendungen
- 9.6. Regel von Bernoulli (fälschlicherweise oft beannt nach De l'Hospital)
- 9.7. Anwendungen wie Abkühlungsgesetz, Populationsmodelle etc.
- 9.8. Ausblick in die Non-Standard-Analysis

Integralrechnung

- 10. Integralrechnung mit einer Veränderlichen
- 10.1. Einführung: Die Fläche unter einer Kurve
- 10.2. Der Flächeninhalt als Grenzwert
- 10.2.1. Ober- und Untersummen
- 10.2.2. Riemannsches Integral
- 10.3. Sätze über eigentliche Integrale
- 10.4. Uneigentliche Integrale
- 10.5. Eigenschaften von Integralen, Mittelwertsatz
- 10.5.1. Stammfunktion
- 10.5.2. Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

- 10.6. Der Kalkül
 - 10.6.1. Integrationsregeln für Polynome
 - 10.6.2. Integrationsregeln für trigonometrische Funktionen
 - 10.6.3. Integrationsregeln für andere elementare Funktionen
 - 10.6.4. Partielle Integration
 - 10.6.5. Substitutionsregel
 - 10.6.6. Partialbruchzerlegung
 - 10.6.7. Anwendungen
- 10.7. Berechnung von uneigentlichen Integrale
 - 10.7.1. Funktionen mit Polen
 - 10.7.2. Unendliche Integrationsbereiche
- 10.8. Erweiterung des Integralbegriffs
 - 10.8.1. Stückweise stetige Funktionen
 - 10.8.2. Linienintegrale
 - 10.8.3. Die Länge einer Kurve
- 10.9. Anwendungen
 - 10.9.1. Das Beispiel der Eisenbahnkurven
 - 10.9.2. Krummlinig begrenzte Flächen
 - 10.9.3. Mantelflächen von Rotationskörpern
 - 10.9.4. Volumen von Rotationskörpern
 - 10.9.5. Schwerpunkte
 - 10.9.6. Trägheitsmomente
 - 10.9.7. Weitere Probleme
- 10.10. Non-Standard-Methoden

Numerik

- 11. Einige numerische Verfahren
 - 11.1. Polynomarithmetik
 - 11.1.1. Faktorisierung eines Polynoms
 - 11.1.2. Interpolationspolynome
 - 11.1.3. Interpolationsmethode nach Lagrange und Newton
 - 11.2. Approximation von Lösungen von Gleichungen
 - 11.2.1. Einführung
 - 1. Literatur
 - 2. Problemstellung
 - 3. Zur Geschichte
 - 11.2.2. Methode 1: Intervalleingrenzung
 - 11.2.3. Methode 2: Newtonsches Approximationsverfahren oder Tangentenmethode
 - 1. Die Idee
 - 2. Rekursionsformel
 - 3. Grenzen dieser Methode
 - 4. Anwendung auf nichtlineare Gleichungssysteme
 - 11.2.4. Methode 3: Regula falsi, Sekantenmethode oder lineare Interpolationsmethode
 - 1. Idee
 - 2. Durchführung des Verfahrens
 - 11.2.5. Methode 4: Iterationsverfahren oder Fixpunktmethode
 - 1. Idee
 - 2. Ueber die Konvergenz des Verfahrens
 - 3. Anwendungen
 - 4. Uebertragung der Fixpunktmethode auf Gleichungssysteme
 - 5. Divergenz der Methode und Umkehrfunktion

- 11.3. Numerische Differentiation
- 11.3.1. Graphische Methode
- 11.3.2. Polynommethode
- 11.3.3. Methode der Binomialquotienten
- 11.4. Numerische Integration
- 11.4.1. Rechtecksmethode
- 11.4.2. Trapezmethode
- 11.4.3. Simpson-Methode (Ersetzung der Kurve durch ein Näherungspolynom)

Vektoren und Matrizen

- 12. Vektoren, Vektorgeometrie, Matrizenrechnung
- 12.1. Vektoren, elementare Operationen und Vektorraum
- 12.1.1. Der Begriff "Vektor"
- 12.1.2. Addition und Subtraktion von Vektoren
- 12.1.3. Die Multiplikation "Vektor mal reelle Zahl"
- 12.1.4. Der Begriff "Vektorraum"
- 12.1.5. Lineare Abhängigkeit
 - 1. Kollineare Vektoren
 - 2. Komplanare Vektoren
 - 3. Lineare Abhängigkeit
- 12.1.6. Freie Vektoren, gebundene Vektoren, Ortsvektoren
- 12.2. Vektoren in einem Koordinatensystem
- 12.2.1. Orientierung in der Geometrie
- 12.2.2. Einheitsvektoren
- 12.2.3. Koordinatensysteme
- 12.2.4. Anwendungen: Teilungsverhältnis, Doppelverhältnis, harmonische Punktepaar, geometrische Sätze
- 12.3. Trigonometrische Funktionen
- 12.3.1. Einführung, Definitionen: Repetition
- 12.3.2. Grundlegende Beziehungen, Quadrantenrelationen
- 12.3.3. Zusammenhang mit dem rechtwinkligen Dreieck: Repetition
- 12.4. Sinussatz und Cosinussatz
- 12.4.1. Sinussatz
- 12.4.2. Cosinussatz
- 12.5. Additionstheoreme der trigonometrischen Funktionen
- 12.5.1. Funktionen von Summe und Differenz zweier Winkel
- 12.5.2. Anwendungen
- 12.5.3. Formeln für Summe und Differenz zweier Funktionen
- 12.5.4. Anwendungen
- 12.6. Die Gleichungen der Geraden
- 12.6.1. Parametergleichung, Komponentengleichung
- 12.6.2. Spezialfall "Geraden in der Grundebene": Koordinatengleichung, Punkt-Richtungsform
- 12.6.3. Die Normalform
- 12.6.4. Winkel zwischen Geraden in der Grundebene
- 12.7. Die Gleichung der Ebene
- 12.7.1. Die Parametergleichung
- 12.7.2. Die Koordinatengleichung
- 12.7.3. Spezielle Lage von Ebenen
- 12.8. Das skalare Produkt zweier Vektoren
- 12.8.1. Definition im R^3
- 12.8.2. Komponentengleichung und allgemeine Definition
- 12.8.3. Geometrische Anwendungen des Skalarprodukts

- 12.8.4. Skalarprodukt und Geraden- und Ebenengleichung
 - 1. Der Normalenvektor
 - 2. Normalenvektor und Koordinatengleichung
 - 3. Die Hess'sche Normalform
 - 4. Abstand eines Punktes von einer Geraden resp. Ebenen
 - 5. Winkelhalbierende zweier Geraden resp. Ebenen
- 12.9. Kreis, Kugel, Ellipse
- 12.10. Tangenten, Polaren, Potenzen
 - 12.10.1. Tangente und Tangentialebene
 - 12.10.2. Polare und Polarenebene
 - 12.10.3. Tangente an eine Kreis durch einen Punkt P_0
 - 12.10.4. Die Potenz eines Punktes bezüglich eines Kreises oder einer Kugel
 - 12.10.5. Potenzgerade und Potenzebene
 - 12.10.6. Exkurs: Kurven
 - 12.10.6. Zusammenfassung
- 12.11. Das Vektorprodukt
 - 12.11.1. Das Flächenprodukt zweier Vektoren in der Grundebene, zweireihige Determinante
 - 12.11.2. Gesetze
 - 12.11.3. Anwendung auf Gleichungssysteme: Cramersche Regeln und Determinante
 - 12.11.4. Projektion einer Fläche auf eine Ebene
 - 12.11.5. Definition des Vektorprodukts
 - 12.11.6. Gesetze zum Vektorprodukt
 - 12.11.7. Anwendungen
- 12.12. Spatprodukt und Determinanten
 - 12.12.1. Definition und Gesetze
 - 12.12.2. Allgemeine Determinantendefinition und spezielle Eigenschaften, Matrizen
 - 1. Matrizen
 - 2. Ausdehnung des Begriffs "Determinante"
 - 3. Der Entwicklungssatz
 - 4. Berechnungsmethoden
 - 12.12.3. Die Cramerschen Regeln für Gleichungssysteme mit 3 Unbekannten und Verallgemeinerung auf n Unbekannte
 - 12.12.4. Anwendung des Spatprodukts: Abstands- und Volumenberechnungen
 - 12.12.5. Ausblick: Weitere Produkte, Anwendungen
- 12.13. Lineare Gleichungssysteme
 - 12.13.1. Gleichungsarten und Lösungsraum
 - 1. Definitionen
 - 2. Homogene Gleichung
 - 3. Inhomogene Gleichung, partikuläre Lösung
 - 4. Lösungsraum, lineare Mannigfaltigkeit
 - 12.13.2. Geometrische Interpretation, Büschel, Bündel
 - 12.13.3. Verwandlung einer inhomogenen Gleichung in eine homogene höherer Ordnung
 - 12.13.4. Lineare Gleichungssysteme
 - 12.13.5. Eine Lösungsmethode: Eliminationsmethode, Bivotstrategie
 - 12.13.6. Matrix-Schreibweise
 - 12.13.7. Das Verfahren von Gauss-Jordan in Matrix-Schreibweise
- 12.14. Matrizenrechnung
 - 12.14.1. Matrixinterpretation von Vektoren und Matrixprodukt.

- 12.14.2. Das allgemeine Matrixprodukt
- 12.14.3. Ausblick auf weitere Produkte
- 12.14.4. Spezielle Matrizen und geometrische Interpretation
 - 1. Einheitsmatrix
 - 2. Streckungsmatrix
 - 3. Spiegelungsmatrix
 - 4. Drehmatrix
- 12.14.5. Reguläre Matrix, Rang, Inverse
- 12.14.6. Gesetze der Matrizenrechnung
- 12.14.7. Berechnung der Inversen einer regulären Matrix
- 12.14.8. Matrizen und Determinanten
 - 1. Basisunabhängige Determinantendefinition
 - 2. Anwendung auf Matrixprodukte
 - 3. Sätze über Determinanten
 - 4. Eigenwerte und Eigenvektoren

Ausblick in die lineare Optimierung

- 13. Lineare Optimierung
 - 13.1. Grundlagen
 - 13.1.1. Literatur
 - 13.1.2. Gegenstand
 - 13.1.3. Zur Geschichte
 - 13.1.4. Einführendes Beispiel aus der Praxis
 - 13.1.5. Das Maximum- und Minimumproblem
 - 13.1.6. Der Hauptsatz der linearen Optimierung
 - 13.1.7. Das duale Problem
 - 1. Einführendes Beispiel
 - 2. Theorie
 - 13.2. Das Simplexverfahren
 - 13.2.1. Die Idee
 - 13.2.2. Umwandlung des Problems, Schlupfvariablen
 - 13.2.3. Der Algorithmus
 - 1. Der Start des Verfahrens
 - 2. Wertverbesserung
 - 3. Erste Wiederholung des Verfahrens
 - 4. Iteration des Verfahrens
 - 13.2.4. Mechanisierung des Verfahrens: Simplextabelle
 - 13.2.5. Anwendungen

Fortsetzung der Vektorgeometrie: Kegelschnitte, projektive Geometrie

- 14. Anwendungen der Vektorgeometrie: Affine Gruppe, Perspektiven, Kegelschnitte, projektive Geometrie
 - 14.1. Die affine Gruppe
 - 14.1.1. Affine Abbildungen
 - 14.1.2. Die affine Gruppe
 - 14.1.3. Der Aufbau der affinen Gruppe
 - 14.2. Perspektiven
 - 14.2.1. Perspektive Affinität
 - 14.2.2. Scherung, Zentralprojektion etc.
 - 14.3. Kegelschnitte
 - 14.3.1. Die Hauptgleichungen
 - 1. Scheitelgleichung, Dandelin'sche Kugeln
 - 2. Mittelpunktsgleichungen für Ellipse und Hyperbel

- 3. Die allgemeine Gleichung
- 14.3.2. Konjugierte Durchmesser
- 14.3.3. Tangenten
- 14.4. Zur allgemeinen Kegelschnittgleichung
- 14.4.1. Quadratische Form und Bilinearform
- 14.4.2. Schnittkurven mit den Hauptebenen
- 14.4.3. Koordinatentransformation, Hauptachsentransformation
- 14.4.4. Kegelschnitte bei gegebenen Achsen
- 14.4.5. Tangentengleichung
- 14.5. Die projektive Ebene
- 14.5.1. Homogene Koordinaten von Punkten und Geraden
- 14.5.2. Die Erweiterung der euklidischen zur projektiven Ebene
- 14.5.3. Das Dualitätsprinzip
- 14.5.4. Anwendungen des Dualitätsprinzips
- 14.5.5. Das Doppelverhältnis von 4 Punkten einer Punktreihe
- 14.5.6. Eigenschaften des Doppelverhältnisses
- 14.5.7. Reziprozität
- 14.5.8. Satz von Pappos
- 14.6. Kegelschnitte in der projektiven Ebene
- 14.6.1. Polarentheorie
- 14.6.2. Kollineationen
 - 1. Erzeugung einer ebenen Kollineation durch eine räumliche Affinität
 - 2. Anwendungen
- 14.7. Die projektive Gruppe
- 14.8. Zentralkollineationen (perspektive Kollineationen)

II. 2. Jahr (plus/minus)

Kurven im \mathbb{R}^n und einige Vektorraumtransformationen

- 15. Reelle Funktionen $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ und Vektorraumtransformationen
- 15.1. Reelle Funktionen $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ und Kurven
- 15.1.1. Vektordarstellung (explizite Vektorfunktionen), Parameterdarstellung
- 15.1.2. Geschlossene Kurven
- 15.1.3. Tangente an eine Kurve/ Normalebene zu einer Kurve
- 15.1.4. Krümmung und Krümmungsradius einer Kurve
- 15.1.5. Torsion und begleitendes Dreibein
- 15.2. Algebraische Kurven
- 15.2.4. Kurven als explizite Funktionen, algebraische Kurven
- 15.2.5. Diskussion algebraischer Kurven im \mathbb{R}^2
 - 1. Begriffe
 - 2. Beispiele
- 15.3. Vektorraumtransformationen
- 15.3.1. Literatur
- 15.3.2. Koordinatentransformationen
- 15.3.2.1. Diverse Typen
 - 1. Polarkoordinaten in der Ebene
 - 2. Polarkoordinaten im Raum
 - 3. Zylinderkoordinaten im Raum
 - 4. Achsenstreckungen
 - 5. Elliptische Koordinaten
 - 6. Parabolische Zylinderkoordinaten
 - 7. Elliptische Zylinderkoordinaten

- 8. Bipolar-Koordinaten
- 9. Diverse weitere Typen
- 10. Affine Gruppe, projektive Gruppe
- 15.3.2.2. Dem Problem angepasste Koordinaten
- 15.3.2.3. Parallelkoordinatensysteme im affinen Raum (kartesische Systeme)
 - 1. Der affine Raum
 - 2. Definition des Parallelsystems
 - 3. Koordinatentransformationen bei Parallelsystemen
 - 3.1. Ursprung bleibt fix
 - 3.2. Ursprung verschiebt sich
 - 3.3. Die allgemeine affine Transformation
- 15.3.3. Lineare Transformationen
 - 15.3.3.1. Definitionen
 - 15.3.3.2. Beispiele von Transformationen
 - 15.3.3.3. Lineare Transformationen und Matrizen
 - 15.3.3.4. Anwendungen
 - 15.3.3.5. Die Struktur der linearen Transformationen
 - 15.3.4. Der Bezug zu linearen Gleichungssystemen
 - 15.3.4.1. Kern und Bild einer linearen Transformation
 - 15.3.4.2. Lineare Transformationen und lineare Gleichungssysteme
 - 15.3.5. Anwendungen und Ausblick

Komplexe Funktionen $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

- 16. Komplexe Funktionen $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}, \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$
- 16.1. Gegenstand
- 16.2. Differenzierbarkeit einer komplexen Funktion: Holomorphe Funktionen
- 16.3. Differenzierbarkeitsregeln
- 16.4. Wege in \mathbb{C} , Funktionen $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$
- 16.5. Differenzierbare Wege in \mathbb{C} , Bildwege
- 16.6. Eigenschaften holomorpher Funktionen, konforme Abbildungen
- 16.7. Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen
- 16.8. Wichtige komplexe Funktionen
 - 1. Die komplexe Exponentialfunktion
 - 2. Die komplexe Logarithmusfunktion
 - 3. Trigonometrische Funktionen und komplexe Funktionen
 - 4. Möbius-Transformationen
 - 5. Anwendungen
- 16.9. Zum Fundamentalsatz der Algebra
 - 1. Potenzschreibweise von z , Formeln von De Moivre
 - 2. Fourierentwicklung von $\cos^n t, \sin^n t$
 - 3. Wurzeln und Einheitswurzeln
 - 4. Zum Fundamentalsatz der Algebra: Problematik des Beweises
 - 5. Fundamentalsatz und Konsequenzen

Fortsetzung der Analysis: Reihen, Potenzreihen, numerische Anwendungen

- 17. Reihen, Potenzreihen
- 17.1. Einleitung
- 17.2. Folgen (Repetition)
 - 17.2.1. Definitionen

- 17.2.2. Spezielle Zahlenfolgen
 - 1. Differenzenfolgen und Summenfolgen
 - 2. Arithmetische und geometrische Folgen, p-Folgen
 - 3. Induktiv (rekursiv) definierte Folgen
- 17.2.3. Konvergenz von Folgen
- 17.2.4. Grenzwertsätze
- 17.3. Reihen
 - 17.3.1. Definitionen
 - 17.3.2. Spezielle Reihen
 - 17.3.3. Eigenschaften von Reihen, absolute Konvergenz
 - 17.3.4. Konvergenzkriterien
 - 1. Leibnitzkriterium
 - 2. Majorantenkriterium
 - 3. Quotientenkriterium
 - 4. Integralkriterium
 - 5. Wurzelkriterium
 - 17.3.5. Bedingte Konvergenz und weitere Kriterien
 - 1. Bedingte Konvergenz
 - 2. Kriterien von Raabe, Gauss und andere
- 17.4. Folgen und Reihen von Funktionen
 - 17.4.1. Konvergenz und gleichmässige Konvergenz
 - 17.4.2. Sätze über gleichmässig konvergente Funktionsreihen (Weierstrass, Dirichlet, Abel)
 - 17.4.3. Sätze über gleichmässig konvergente Reihen
- 17.5. Potenzreihen
 - 17.5.1. Definition, Konvergenzradius
 - 17.5.2. Allgemeine Bestimmung des Konvergenzradius
 - 17.5.3. Beispiel einer Potenzreihenentwicklung einer Funktion: der Logarithmus
 - 17.5.4. Potenzreihenentwicklung von Polynomen
 - 17.5.5. Näherung einer allgemeinen Funktion durch Taylorpolynome, Restgliedabschätzung
 - 17.5.6. Analytische Funktionen und Taylorentwicklung
 - 17.5.7. Anwendungen

Einführung in die Fourieranalyse

- 18. Fourierreihen
 - 18.1. Periodische Funktionen
 - 18.2. Fourierreihen und Fourieranalyse (harmonische Analyse)
 - 18.2.1. Das Darstellungsproblem
 - 18.2.2. Das Konvergenzproblem
 - 18.2.3. Konvergenzsatz für normale Funktionen (Dirichlet)
 - 18.2.4. Sinus- und Cosinusreihen
 - 18.2.5. Die allgemeine Form: Periodenlänge T
 - 18.3. Anwendungen
 - 18.4. Fourierreihen zusammengesetzter Funktionen
 - 18.5. Probleme der Praxis
 - 18.5.1. Numerische Bestimmung der Fourierkoeffizienten
 - 18.5.2. Komplexe Schreibweise
 - 18.5.3. Physikalischer Aspekt
 - 18.6. Fourier-Transformation
 - 18.6.1. Theoretische Grundlagen
 - 18.6.2. Anwendungen
 - 18.6.3. Gibbs Phänomen
 - 18.7. Zur Methode der schnellen Fourier-Transformation (FFT)

- 18.7.1. Einführung
- 18.7.2. Zur Theorie
- 18.7.3. Anwendungen

Differential- und Integralrechnung im \mathbb{R}^n

- 19. Differential- und Integralrechnung im \mathbb{R}^n
- 19.1. Funktionen mit mehreren Veränderlichen
- 19.1.1. Einführung
- 19.1.2. Der Fall von 2 Argumenten
- 19.1.3. Diverse Funktionstypen
- 19.1.4. Geometrische Aspekte
- 19.1.5. Stetigkeit
- 19.2. Ableitung einer Funktion
- 19.2.1. Geometrische Veranschaulichung, Ableitung 1. Ordnung
- 19.2.2. Höhere partielle Ableitungen
- 19.3. Das Differential
- 19.3.1. Der 1-dimensionale Fall
- 19.3.2. Der 2-dimensionale Fall
- 19.3.3. Steigung in Richtung Alpha, Richtungsableitung
- 19.3.4. Verallgemeinerungen
- 19.3.5. Extremalprobleme
- 19.3.6. Das totale Differential
- 19.3.7. Rechenregeln
- 19.4. Anwendungen
- 19.4.1. Fehlerrechnung
- 19.4.2. Linearisierungen
- 19.4.3. Die Methode der kleinsten Quadrate
- 19.5. Integrale von Funktionen mit mehreren Veränderlichen
- 19.5.1. Gewöhnliche Integrale als Funktion eines Parameters
- 1. Rechteckgebiete
- 2. Allgemeine Gebiete
- 19.5.2. Doppelintegrale
- 19.5.3. Vertauschbarkeit von Integration und Differentiation
- 19.5.4. Gebietsintegrale, Volumenintegrale
- 1. Begriffe
- 2. Die Idee der Rückführung auf Flächenintegrale
- 3. Integrationsregeln
- 4. Gebietsdifferentiation
- 19.5.5. Berechnung von mehrdimensionalen Integralen (Rückf.)
- 1. Rechteckgebiete
- 2. Allgemeine Gebiete
- 3. Beispiele
- 19.5.6. Transformation von Gebietsintegralen

Einführung in die Vektoranalysis (Zusammenführung von Analysis und Vektorrechnung)

- 20. Vektoranalysis
- 20.1. Bedeutung
- 20.2. Operatoren auf Skalar- und Vektorfunktionen
- 20.2.1. Differentiation
- 20.2.2. Differentiationsregeln
- 20.2.3. Differentiale von Vektorfunktionen
- 20.2.4. Felder
- 1. Definition

- 2. Beispiele
- 20.2.5. Nabla- und Laplace-Operator
- 20.2.6. Formeln zu Gradient, Divergenz, Rotation
- 20.2.7. Bedeutung von grad, div und rot
 - 1. Gradient
 - 2. Divergenz
 - 3. Rotation
- 20.3. Integration von Vektorfunktionen, Kurvenintegrale
 - 20.3.1. Repetition: Krümmung und Krümmungsradius, Torsion
 - 20.3.2. Gewöhnliche Vektorintegrale längs Kurven
 - 20.3.3. Allgemeine Kurvenintegrale (Linienintegrale)
 - 20.3.4. Gradientenfelder und Potentialfelder
 - 20.3.5. Zentralfelder
 - 20.3.6. Potentialfelder und Rotation
- 20.4. Der Begriff "Fluss"
 - 20.4.1. Oberflächenintegrale
 - 20.4.2. Fluss
- 20.5. Integralsätze
 - 20.5.1. Uebersicht über die Hauptsätze
 - 20.5.2. Verwandte Sätze
 - 20.5.3. Zum Beweis des Satzes von Gauss
 - 20.5.4. Bedeutung der Divergenz, mittlerer Fluss, mittlere Quellenstärke
 - 20.5.5. Konservative quellenfreie Felder
 - 20.5.6. Zum Beweis des Satzes von Stokes
 - 20.5.7. Anwendungen

Differentialgleichungen

- 21. Zur Theorie der Differentialgleichungen
 - 21.1 Uebersicht über Differentialgleichungen
 - 21.1.1. Was ist eine "Differentialgleichung?"
 - 21.1.2. Was bedeutet "Lösung einer D'Gl. 1. Ordnung?"
 - 21.1.3. Welche Probleme muss eine Theorie der D'Gl. lösen?
 - 21.1.4. Richtungsfelder
 - 21.2. Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen
 - 21.2.1. Einleitung
 - 21.2.2. Gewöhnliche Differentialgleichungen
 - 21.2.2.1. Definitionen
 - 21.2.2.2. Die Ordnung einer Differentialgleichung
 - 21.2.2.3. Differentialgleichungen 1. Ordnung: Lösung, Linien-element, Richtungsfeld
 - 21.2.2.4. Das Anfangswertproblem
 - 21.2.2.5. Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung
 - 21.2.2.6. Eine Lösungsmethode: Iterationsverfahren von Piccard
 - 21.2.3. Spezielle einfach lösbare Typen
 - 21.2.3.1. Separable D'Gl.: Variablentrennung
 - 21.2.3.2. Substitutionsmethode
 - 21.2.3.3. Exakte Differentialgleichungen
 - 1. Die reine exakte D'Gl.
 - 2. Integrierender Faktor: Exaktmachen mittels Eulerschen Multiplikatoren
 - 3. Anwendungen
 - 21.2.4. Die Einhüllende einer Kurvenschar
 - 21.2.5. Lineare Differentialgleichungen

- 21.2.5.1. Aus der allgemeinen Theorie
 - 1. Einführung
 - 2. Beschreibung der Lösungsmannigfaltigkeit: Homogenes System, Wronski-Determinante
 - 3. Homogenes und inhomogenes System
- 21.2.5.2. Allgemeine Lösung einer linearen D'Gl. 1. Ordnung
 - 1. Theorie: Variation der Konstanten
 - 2. Anwendungen
- 21.2.5.3. Lineare D'Gl. mit konstanten Koeffizienten
 - 1. Charakteristisches Polynom und homogenes Problem
 - 2. Inhomogene Gleichung mit konstanten Koeffizienten: Allgemeine Methoden
 - 3. Beispiele zur "Ansatzmethode"
 - 4. Beispiele mit Potenzreihenansatz
- 21.2.6. Numerische Verfahren
 - 21.2.6.1. Einführung
 - 21.2.6.2. Das Verfahren von Euler
 - 21.2.6.2. Die klassische Runge-Kutta-Methode
 - 21.2.6.3. Systeme von Differentialgleichungen
- 21.3. Ausblick: Partielle D'Gl.

Laplace-Transformationen

- 22. Laplace-Transformationen und Differentialgleichungen
 - 22.1. Einleitung
 - 22.2. Definition der Laplace-Transformation
 - 22.3. Konvergenzsatz
 - 22.4. Eigenschaften der Laplace-Transformation
 - 22.4.1. Linearität
 - 22.4.2. Streckung
 - 22.4.3. Verschiebungssatz für die Originalfunktion
 - 22.4.4. Verschiebung der Bildfunktion (exponentielle Dämpfung)
 - 22.4.5. Multiplikationsregel
 - 22.4.6. Divisionsregel
 - 22.4.7. Faltung
 - 22.4.8. Sätze über die Faltung, Integralgleichung
 - 22.4.9. Periodische Funktionen
 - 22.4.10. Differentiationsregel
 - 22.4.11. Integrationsregel
 - 22.4.12. Verhalten für s gegen unendlich sowie s gegen 0
 - 22.5. Inverse Transformation
 - 22.5.1. Allgemeines
 - 22.5.2. Anwendungen
 - 22.5.3. Regeln für die inverse Transformation
 - 22.5.4. Lösen von D'Gl. mit Laplace-Transformationen
 - 1. Beispiele
 - 2. Prinzip von Duhamel
 - 3. Distributionen
 - 22.5.5. Anwendungen auf Systeme von D'Gl.
 - 22.6. Stabilität
 - 22.7. Praktische Anwendungen
 - 22.7.1. Differentialgleichungen, Integralgleichungen, gemischte Probleme
 - 22.7.2. Behandlung von D'Gl. 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
 - 22.7.3. Oszillatoren, Schwingungen

- 1. Freie Schwingungen
- 2. Erzwungene Schwingungen
- 3. Das gekoppelte Pendel
- 4. Spezielle Schwingungen
- 22.7.4. Ein Randwertproblem: Balkendurchbiegung
- 22.7.5. Beispiele mit Distributionen
- 22.7.6. Diverse Probleme

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
Teil 1: Wahrscheinlichkeitsrechnung

- 23. Wahrscheinlichkeitsrechnung
- 23.1. Einführung
- 23.2. Zufallsexperiment, Häufigkeit
- 23.3. Ereignisalgebra
- 23.4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff
- 23.5. Der axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff
- 23.5.1. Begriff
- 23.5.2. Folgerungen
- 23.6. Anwendungsbeispiele
- 23.7. Diskrete und kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung
- 23.8. Zufallsvariablen
- 23.9. Diskrete Verteilung und Wahrscheinlichkeitsfunktion
- 23.10. Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X
- 23.11. Die Verteilungsfunktion einer diskreten Verteilung
- 23.12. Die Verteilungsfunktion bei einer stetigen Verteilung
- 23.13. Masszahlen einer Verteilung
- 23.13.1. Der Mittelwert einer Verteilung
- 23.13.2. Die Varianz einer Verteilung
- 23.13.3. Mathematische Erwartung
- 23.13.4. Momente einer Verteilung
- 23.13.5. Die Schiefe einer Verteilung
- 23.13.6. Die momentenerzeugende charakteristische Funktion
- 23.14. Spezielle wichtige diskrete Verteilungen
- 23.14.1. Bernoulliverteilung oder Binomialverteilung
- 23.14.2. Rechnen mit der Bernoulliverteilung
- 23.14.2. Poissonverteilung
- 23.14.3. Hypergeometrische Verteilung
- 23.14. Stetige Verteilungen
- 23.15.1. Normalverteilung oder Gaussverteilung
- 23.15.2. Grenzwertsätze
- 23.15.3. Das Gesetz von Bernoulli der grossen Zahlen

Teil 2: Statistik

- 24. Einführung in die elementare Statistik
- 24.1. Einführung
- 24.2. Die Arbeitsweise der mathematischen Statistik
- 24.3. Beschreibende (deskriptive) Statistik
- 24.3.1. Häufigkeitsverteilungen, tabellarische Darstellung
- 24.3.2. Die Häufigkeitsfunktion einer Stichprobe
- 24.3.3. Graphische Darstellungen
 - 1. Punktdiagramme
 - 2. Stabdiagramme
 - 3. Histogramme

- 4. Häufigkeitspolygone
- 5. Gegliederte Stabdiagramme
- 6. Kreisdiagramme
- 7. Sankey-Diagramme
- 8. 3D-Diagramme
- 9. Schwindeldiagramme
- 10. Anwendungen
- 24.3.4. Klassenbildungen
 - 1. Theorie
 - 2. Projekt
- 24.3.5. Die Summenhäufigkeitsfunktion einer Stichprobe
- 24.4. Masszahlen einer Stichprobe
 - 24.4.1. Mittelwert und Varianz
 - 24.4.2. Weitere Masszahlen
 - 24.4.3. Vereinfachte Berechnungen, Vereinfachungsmethoden
 - 24.4.4. Berechnung von Mittelwert und Varianz aus der Klassenhäufigkeit
 - 24.4.5. Analogie zwischen Häufigkeitsverteilung und Massenverteilung
- 24.5. Ausblick: Mathematische Statistik (affirmative, explorative Statistik, Hypothesentests und Testmethoden, Analysen, Regressionen etc.): ---->....

III. Wahlfach Mathematik

Falls ein Kurs zustande kommt, beschränkt er sich auf eines oder zwei Themen folgender Art:

Mathematische Statistik

- 25. Einführung in die mathematische Statistik
-

Graphentheorie

- 26. Einführung in die Graphentheorie
-

Mathematical Packages

- 27. Programmieren angewandter Probleme in Mathematica und anderen 4-Generations-Sprachen
-

Bildschirmgeometrie

- 28. Geometrie und Computergraphik
-

Diverse Spezialgebiete

- 29. Angewandte Probleme der höheren Mathematik (Partielle Differentialgleichungen, Zahlenprobleme, komplexe Analysis, Hilbertraum, Wirtschaftsmathematik, Informationstheorie etc.)

Logik-Zeitung

Die Hinrichtung wird stattfinden“, sagte der
t wissen, an welchem
d bekommen.“

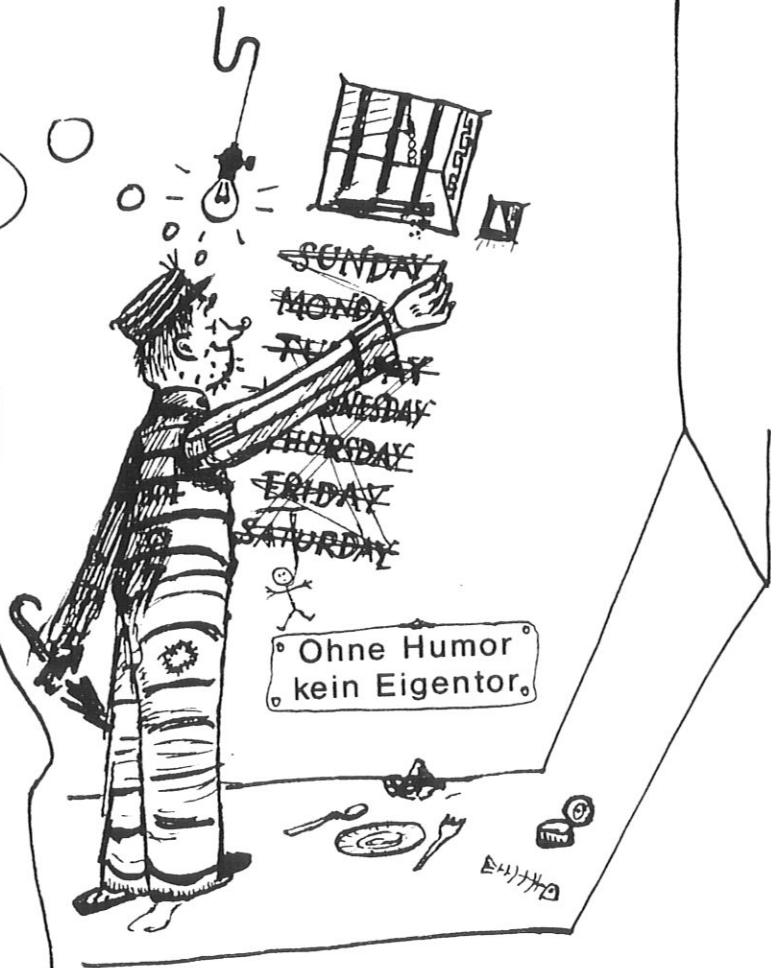
rt hielt. Der Verurteil-
Als die beiden allein
ichts? Das Urteil des

ß man Sie nicht am
etzte Tag der Woche.
somit hätten Sie die
en würde. Sie wüßten
würde. Das liefe der

valt fort. „Bleibt der
en könnte. Aber am
achmittag nur noch
Da der Samstag nicht
Sie das aber wissen,
derlaufen. Somit ist
nerstag als der letzte
n, weil Sie am Mitt-
üßten, daß der Don-

ich schon wesentlich
Mittwoch, Dienstag
übrig, aber morgen
on weiß!“

selbst zu widerlegen.
Urteilsergänzungen.



Logik-Zeitung
auf Übungsblatt 1/2!



Hä, heureka!
Ich hab's!

Unter der Sonne wird man
braun statt rot im Gesicht
beim Verkauf dieser Sache!



Kleine Einführung in
Mathematica

Autor: R.W. Wirz
Ingenieurschule Biel 1990/91

Einführung:

Diese Schrift ist für Studenten gedacht, die sich rasch eine Vorstellung von *Mathematica* machen möchten. *Mathematica* ist ein Programmpaket mit Applikationsgebiet Mathematik, ausgezeichnet geeignet für die höhere Schulmathematik und die Ingenieurmathematik. Es ist quasi ein "Taschenrechner auf höherem Niveau", der auch formal rechnen kann, differenzieren kann, integrieren kann etc.. *Mathematica* enthält einerseits eine sehr effiziente *Programmiersprache*, andererseits lässt sich damit *interaktiv* arbeiten wie mit jedem gewöhnlichen Taschenrechner, nur eben auf einer höheren mathematischen Ebene und fast beliebig genau, dazu verbunden mit phantastischen Graphikmöglichkeiten.

Im wesentlichen besteht *Mathematica* aus einem Kern und einem je nach Betriebssystem etwas anders gearteten Front-End für UNIX, Macintosh, für DOS-Maschinen wie auch für grössere Computer. Diese Front-Ends sind je nach Version besser oder schlechter ausgeführt. Als bequem erweist sich die Mac-Version, wo ein Block-orientierter Full-Screen-Editor zur Verfügung steht, wobei die Blöcke als "Programme" jederzeit aktiviert und wieder neu aktiviert werden können. Eingebunden ist da auch die Möglichkeit, erklärende Texte, sogenannte "Notebooks", einzugliedern. Diese wirken nur als Kommentare, sind also bei der Programmabarbeitung ohne Einfluss. So lassen sich effizient und schnell "Computer Based Training"-Kurse entwickeln. Schlecht, ja geradezu unfertig gearbeitet ist dagegen die erste DOS-Version. Sie besitzt nur einen Zeilen-Editor! Hier haben wahrlich die Programmierer ihre Arbeit nicht fertig gemacht. Eine Zumutung an den Benutzer, wahrscheinlich getragen von der Absicht, lieber noch gestern als heute an den Markt zu gelangen und später dann auf Windows zu setzen. Bemerkungen zum DOS-Editor:

Hinweis: Eine abgearbeitete Zeile wird hier in ein temporäres File geschrieben, von wo aus sie später bei Bedarf wieder zurückgeholt werden kann. Jedoch besteht, wie schon erwähnt, bedauerlicherweise kein Full-Screen-Editor. Eine abgearbeitete Zeile ist weggespeichert und somit nicht gleichzeitig mit einer andern aktiv. Man kann immer nur eine Zeile in einem Arbeitsgang bearbeiten. Eine abgearbeitete Zeile allerdings lässt sich mit den Cursor-Tasten zurückkopieren und in einem nächsten Schritt als neue Zeile wieder bearbeiten. Diese Arbeitsart hat Konsequenzen: Eine etwa in

einem Log-File abgespeicherte Session kann nicht einfach als Ganzes neu eingelesen und abgearbeitet werden, denn eingelesen wird immer nur eine Zeile, die aktiver Teil ist. Eine Session ist keine Zeile. Jeder Arbeitsschritt dagegen entspricht einer Zeile. Man kann allerdings in einer alten Session die Enter-Kommands durch Strichpunkt ersetzen und das so entstandene File als "Einzeiler ohne Zwischen- Output" laufen lassen.

Beispiel einer Session mit *Mathematica*

1. Vor der Session: Falls DOS-Netz ISB: Account lösen, Zugang zum Programm beantragen und öffnen.
2. Start mit "mathem" und Enter.
 Merke: Eine Zeile wird mit der Enter-Taste abgeschlossen. Damit wird das "in der Zeile enthaltene Programm" abgeschickt.
 Verlassen des Packets mit "Quit" (Grossbuchstaben und Kleinbuchstaben werden unterschieden).

Arithmetische Operationen

```
15.3 + 8 * 11
```

```
103.3
```

Mathematica rechnet exakt

```
4^99
```

```
401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344
```

Approximation dieser Zahl

```
N[%]
```

```
4.01735 1059
```

Angabe der exakten Stellen

```
N[Sqrt[2], 60]
```

```
1.41421356237309504880168872420969807856967187537694807317668
```

Mathematica rechnet komplex

```
(2 + 3I)^9  
-86158 + 56403 I
```

Mathematica kennt Standard-Funktionen

```
Log[3.98]  
1.38128
```

Auffinden von Nullstellen

```
FindRoot[Sin[Tan[x]], {x, 1}]  
{x -> -20.7285}
```

Numerische Integration

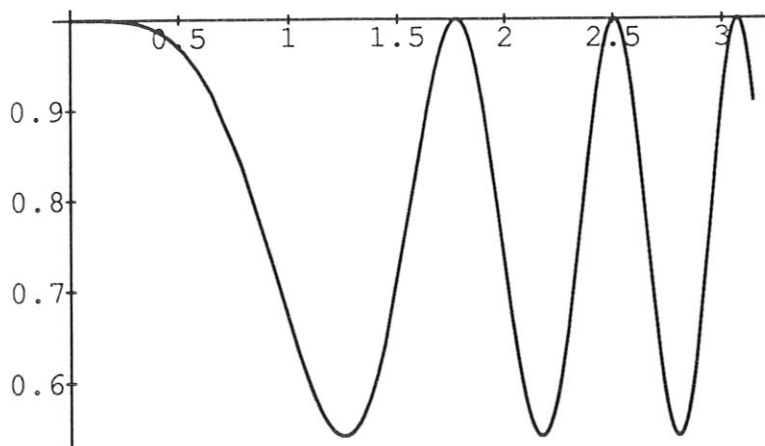
```
NIntegrate[Cos[Sin[x^2]], {x, 0, 2}]  
1.66208
```

Faktorisierung grosser Zahlen

```
FactorInteger[3542765489788]  
{{2, 2}, {7, 1}, {126527338921, 1}}
```

Der Plot einer Funktion

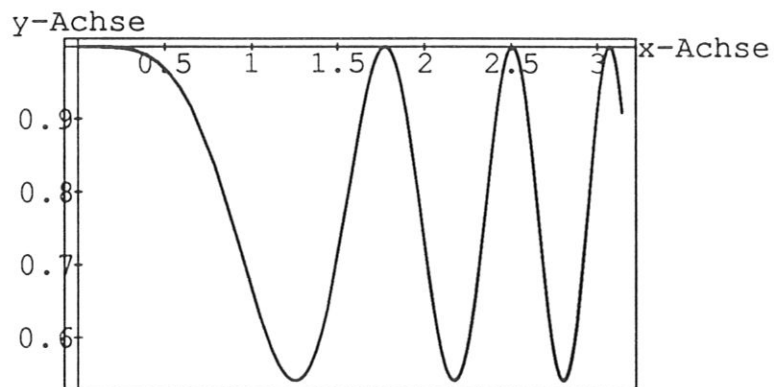
```
Plot[Cos[Sin[x^2]], {x, 0, Pi}]
```



-Graphics-

Derselbe Plot mit Optionen

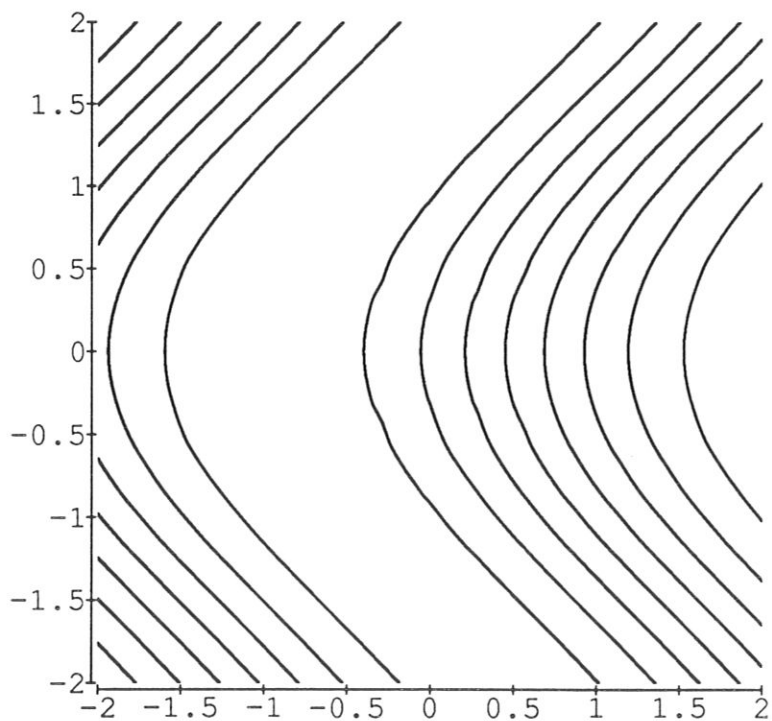
```
Show[%, Framed->True, AxesLabel->{"x-Achse", "y-Achse"}]
```



-Graphics-

Contour-Plots

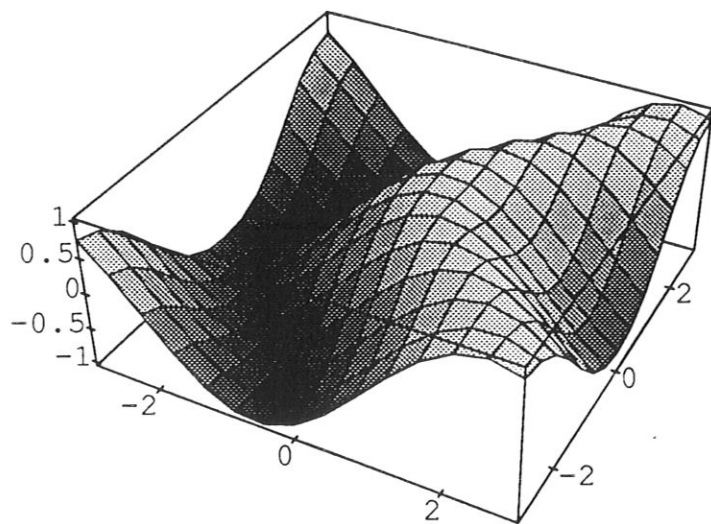
```
ContourPlot[Cos[x+Cos[y]], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]
```



-ContourGraphics-

3-dimensionale Plots

```
Plot3D[Sin[x+Cos[y]], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]
```

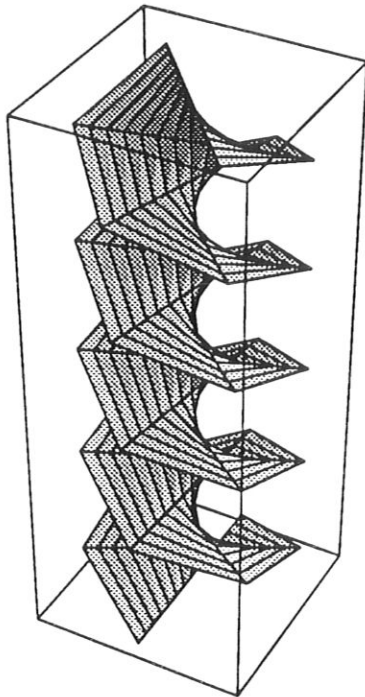


-SurfaceGraphics-

Parametrisierte Kurven und Flächen

```
<<ParametricPlot3D.m
```

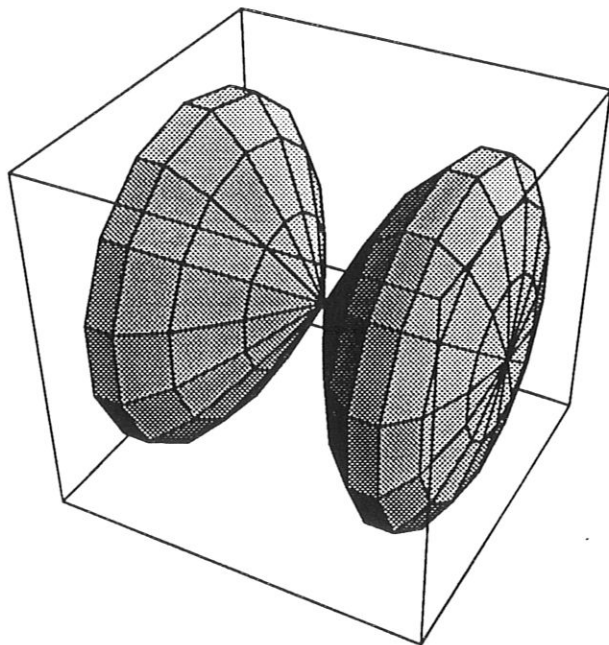
```
ParametricPlot3D[{v Sin[t], v Cos[t], t/3}, {t, 0, 15}, {v, -1, 1},  
  Ticks->None]
```



-Graphics3D-

Wir_Einf

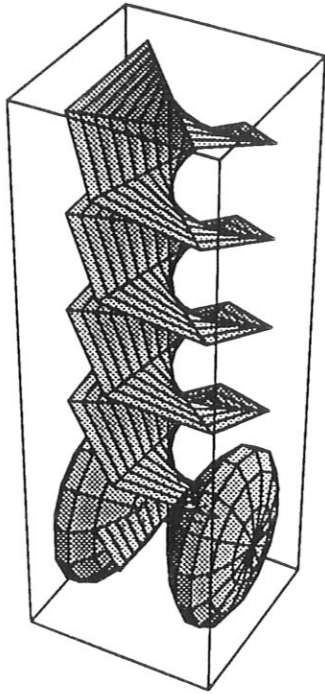
```
ParametricPlot3D[{Sin[t], Sin[2t] Sin[v], Sin[2t] Cos[v]},  
  {t, -Pi/2, Pi/2}, {v, 0, 2 Pi}, Ticks->None]
```



-Graphics3D-

Wir_Einf

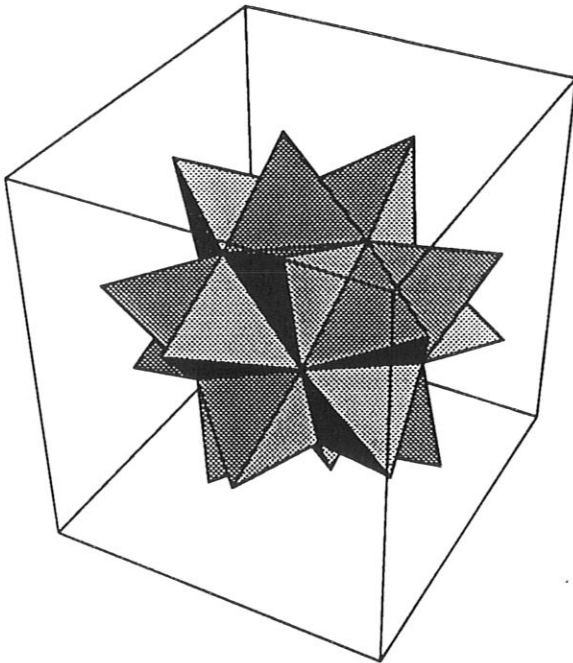
Show[%, %%]



-Graphics3D-

<<Polyhedra.m

```
Show[Graphics3D[Stellate[Icosahedron[]]]]
```



```
-Graphics3D-
```

Mathematica rechnet mit Symbolen

```
5 (x + 3) (x + y) + (x + y)^3
```

```
5 (3 + x) (x + y) + (x + y)3
```

```
Expand[%^2]
```

```

2      3      4      5      6
225 x  + 150 x  + 55 x  + 10 x  + x  + 450 x y + 300 x  y +
3      4      5      2      2      2 2
170 x  y + 40 x  y + 6 x  y + 225 y  + 150 x y  + 205 x  y  +
3 2      4 2      3      2 3      3 3
60 x  y  + 15 x  y  + 120 x y  + 40 x  y  + 20 x  y  +
4      4      2 4      5      6
30 y  + 10 x y  + 15 x  y  + 6 x y  + y
```

Factor[%]

$$(x + y)^2 (15 + 5x^2 + x^2 + 2xy + y^2)$$

Mathematica kann formal integrieren

Integrate[x^2 Sin[x]^2, x]

$$\frac{x^3 \cos[2x] - \frac{3}{4}x^2 \sin[2x] + \frac{3}{8}x \sin[2x] - \frac{3}{4} \sin[2x]}{24}$$

Simplify[%]

$$\frac{4x^3 - 6x^2 \cos[2x] + 3x \sin[2x] - 3 \sin[2x]}{24}$$

Mathematica kann formal differenzieren

D[%, {x, 2}]

$$\frac{24x^2 - 24x \cos[2x] + 24x^2 \sin[2x]}{24}$$

Simplify[%]

$$x(1 - \cos[2x] + x \sin[2x])$$

Mathematica macht Potenzreihenentwicklungen

Series[%, {x, 0, 10}]

$$4x^3 - 2x^5 + \frac{16x^7}{45} - \frac{2x^9}{63} + \frac{8x^{11}}{4725} + O[x^{12}]$$

Mathematica kann Gleichungen lösen

$$g := 2x^3 - 5x^2 + bx - 3 == 0$$

Solve[g, x]

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{5}{6} + \frac{25}{6} \right\} \right\}$$

$$(36 \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx}{4} \right)$$

$$\left. \right) + \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx}{4} \right)$$

$$\frac{-3 + bx}{4} \left. \right) / 2, \{x \rightarrow$$

5

$$- + (\text{Sqrt}[-3] (-25 /$$

6

$$(36 \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx}{4} \right)$$

$$\frac{-3 + bx}{4} \left. \right) +$$

$$\left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx}{4} \right)$$

$$\left. \right) / 2 - (25 /$$

$$(36 \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx}{4} \right)$$

$$\left. \right) + \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx}{4} \right)$$

$$\frac{-3 + bx}{4} \left. \right) / 2, \{x \rightarrow$$

5

$$\{x \rightarrow - - (\text{Sqrt}[-3] (-25 /$$

6

$$\begin{aligned}
& (36 \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \right. \\
& \quad \left. \frac{-3 + bx^{1/3}}{4} \right) + \\
& \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx^{1/3}}{4} \right) \\
& \left. \right) / 2 - (25 / \\
& (36 \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \frac{-3 + bx^{1/3}}{4} \right) \\
& \quad \left. \right) + \left(\frac{125}{216} + \text{Sqrt} \left[- \left(\frac{15625}{46656} \right) + \left(\frac{125}{216} - \frac{-3 + bx^2}{4} \right) \right] - \right. \\
& \quad \left. \frac{-3 + bx^{1/3}}{4} \right) / 2 \}
\end{aligned}$$

Oder Gleichungssysteme

Solve[{2x-3y+z==3, 4x-8y-5z==4, a x-4y-4z==2}, {x,y,z}]

$$\begin{aligned}
\{ \{ x \rightarrow \frac{18}{-40 + 23 a}, y \rightarrow \frac{28}{-40 + 23 a} + \frac{3 (16 - 5 a)}{-40 + 23 a} + \frac{4 (-8 - a)}{-40 + 23 a}, \\
z \rightarrow \frac{-8}{-40 + 23 a} + \frac{4 (8 - 3 a)}{-40 + 23 a} + \frac{3 (-16 + 8 a)}{-40 + 23 a} \} \}
\end{aligned}$$

a=2; N[%]

$$\{ \{ x \rightarrow 3., y \rightarrow 1., z \rightarrow 0. \} \}$$

FindRoot[{Cos[x]==x-y, Sin[x]==x+y}, {x,0.5}, {y,0.5}]

$$\{ x \rightarrow 0.704812, y \rightarrow -0.0569214 \}$$

Listenverarbeitung

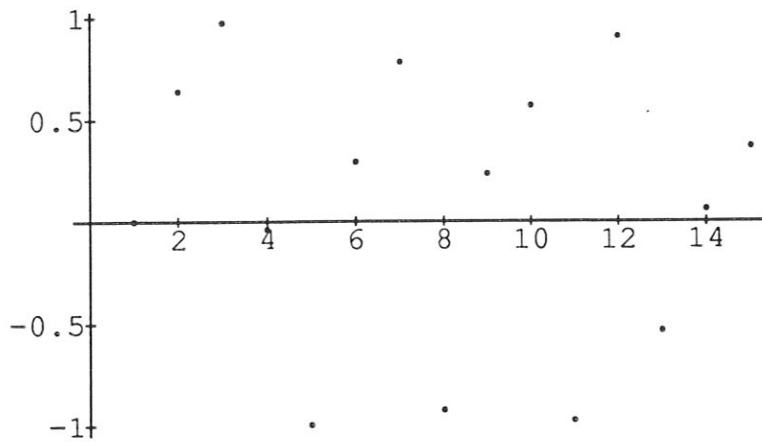
```
Table[n!, {n, 1, 15}]
```

```
{1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, 39916800,
  479001600, 6227020800, 87178291200, 1307674368000}
```

```
N[Sin[Log[%]]]
```

```
{0., 0.638961, 0.975687, -0.0364531, -0.997181, 0.29176,
  0.783089, -0.924539, 0.233287, 0.567569, -0.975117, 0.907653,
  -0.532046, 0.0584466, 0.366331}
```

```
ListPlot[%]
```



```
-Graphics-
```

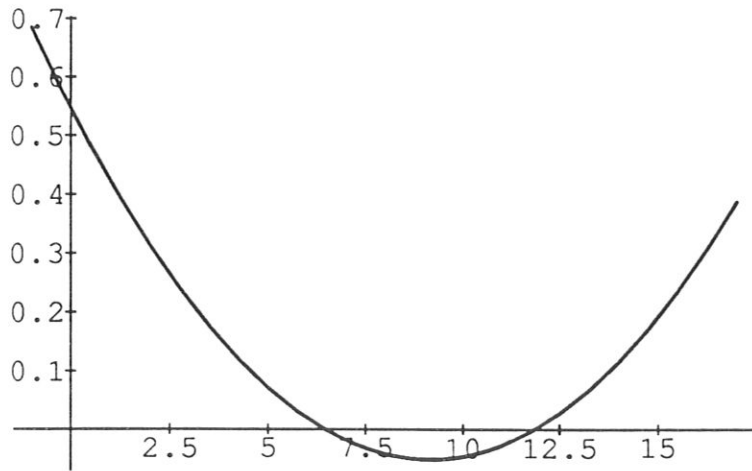
```
<<ParametricPlot3D.m
```

```
Fit[%%, {1, x, x^2}, x]
```

```
0.545935 - 0.1307 x + 0.00713909 x2
```

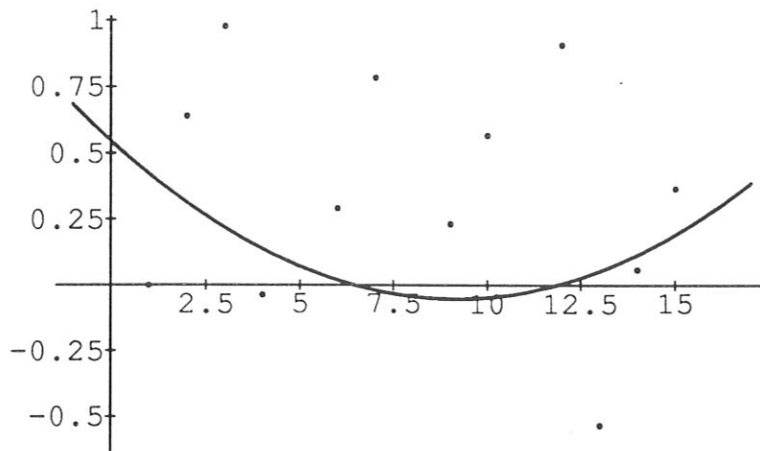


```
Plot[%, {x, -1, 17}]
```



-Graphics-

```
Show[%68,%65]
```



-Graphics-

***Mathematica* beherrscht die lineare Algebra**

```
m=Table[1/(i+j+1),{i,3},{j,3}]
```

```
  1  1  1    1  1  1    1  1  1
{{-, -, -}, {-, -, -}, {-, -, -}}
  3  4  5    4  5  6    5  6  7
```

```
Inverse[m]
```

```
{{300, -900, 630}, {-900, 2880, -2100}, {630, -2100, 1575}}
```

```
Det[%]
```

```
378000
```

```
Eigenvalues[N[m]]
```

```
{0.657051, 0.0189263, 0.000212737}
```

```
Solve[Det[Inverse[m^2]-IdentityMatrix[3] x]==4, x]/N
```

```
{x -> 8885.23}, {x -> 6.10148 + 3.84593 10-15 I},
```

```
{x -> 133.118 - 3.84593 10-15 I}}
```

Weiter kann sich *Mathematica* mathematische Regeln merken.

Auch ist es eine sehr effiziente Programmiersprache. Viele Programme werden mitgeliefert.

**Vgl. Stephen Wolfram, *Mathematica*,
Addison-Wesley**

Mathematica (MS-DOS 386/7) 1.2 (September 27, 1989) [With pre-loaded data]
 S. Wolfram, D. Grayson, R. Maeder, H. Cejtin,
 S. Omohundro, D. Ballman and J. Keiper
 with I. Rivin, D. Withoff and T. Sherlock
 Copyright 1988, 1989 Wolfram Research Inc.

Aufgabe 1 *

In[1]:= a=1/49-29/36

Out[1]= $-\left(\frac{1385}{1764}\right)$

In[2]:= b=1/9-1/25

Out[2]= $\frac{16}{225}$ ← - - - -

In[3]:= c=(1/7+5/6)^2

Out[3]= $\frac{1681}{1764}$

In[4]:= d=(1/3+1/5)

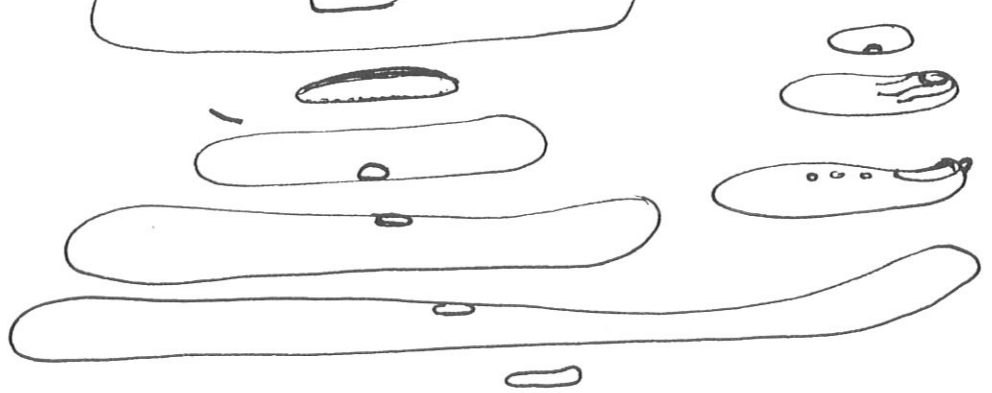
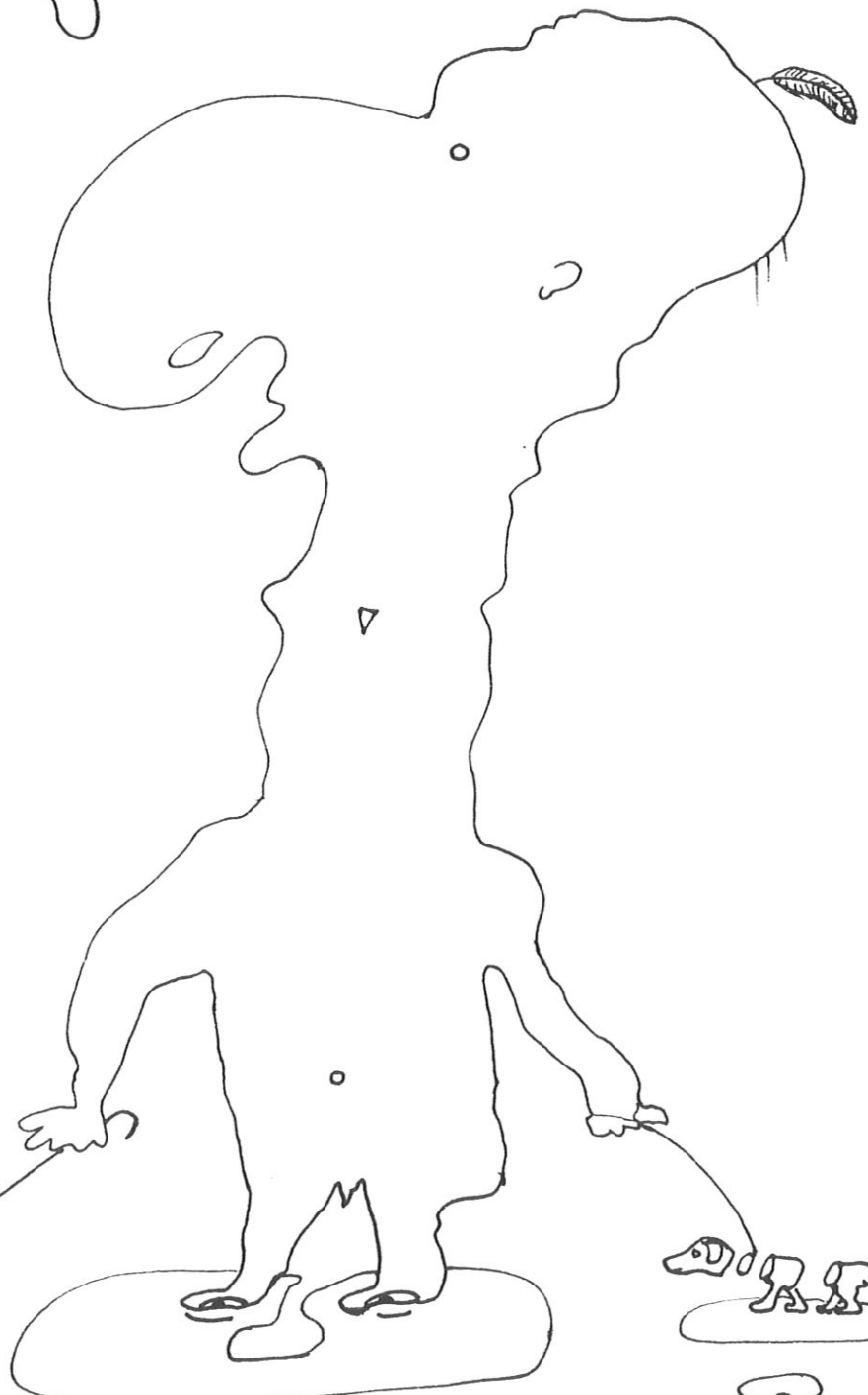
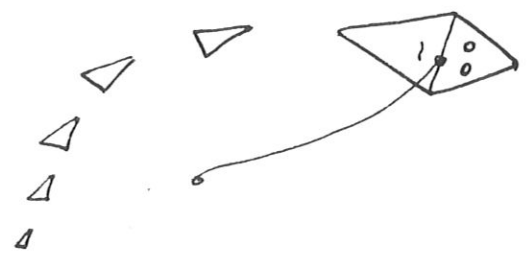
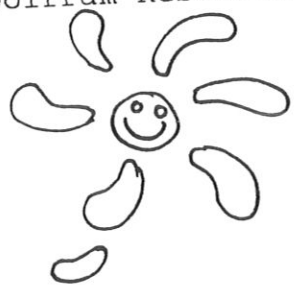
Out[4]= $\frac{8}{15}$

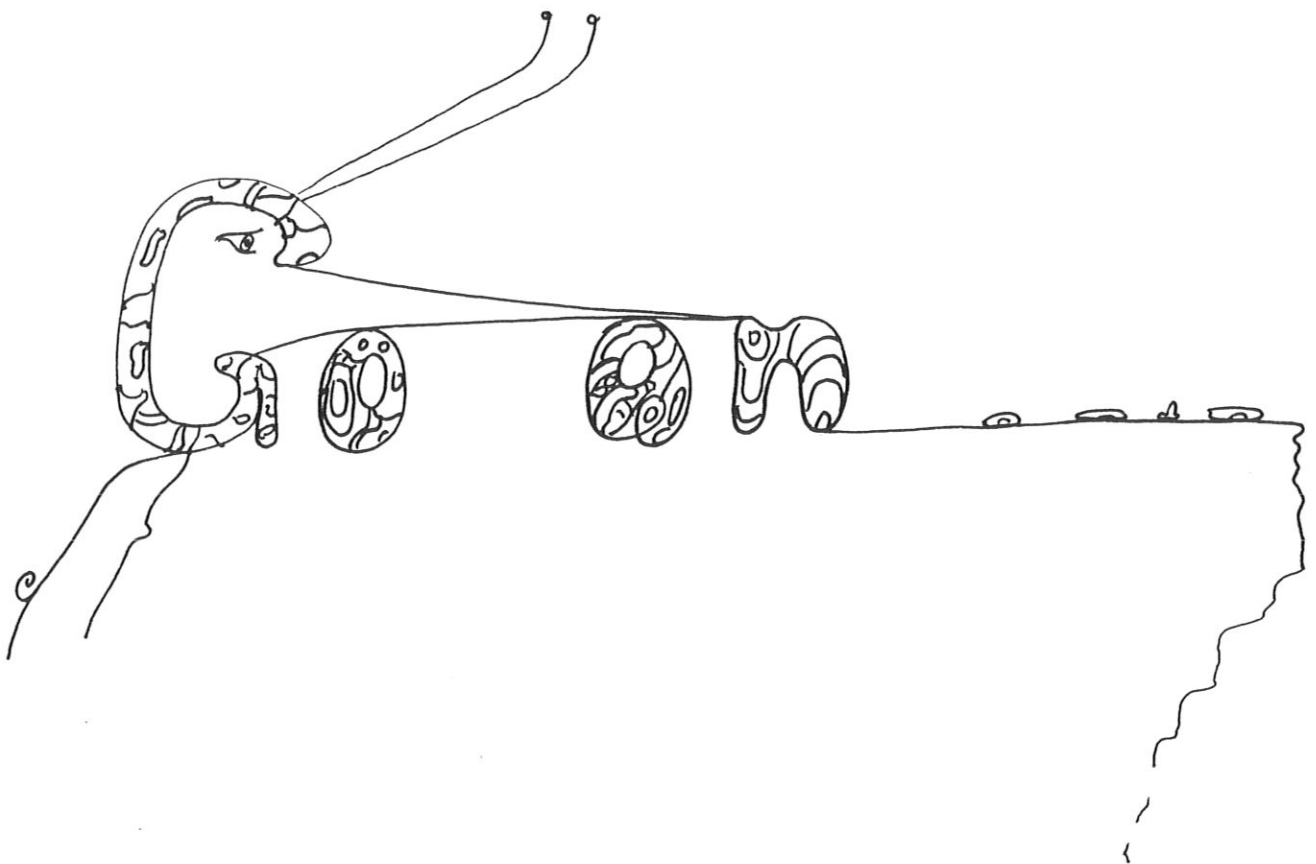
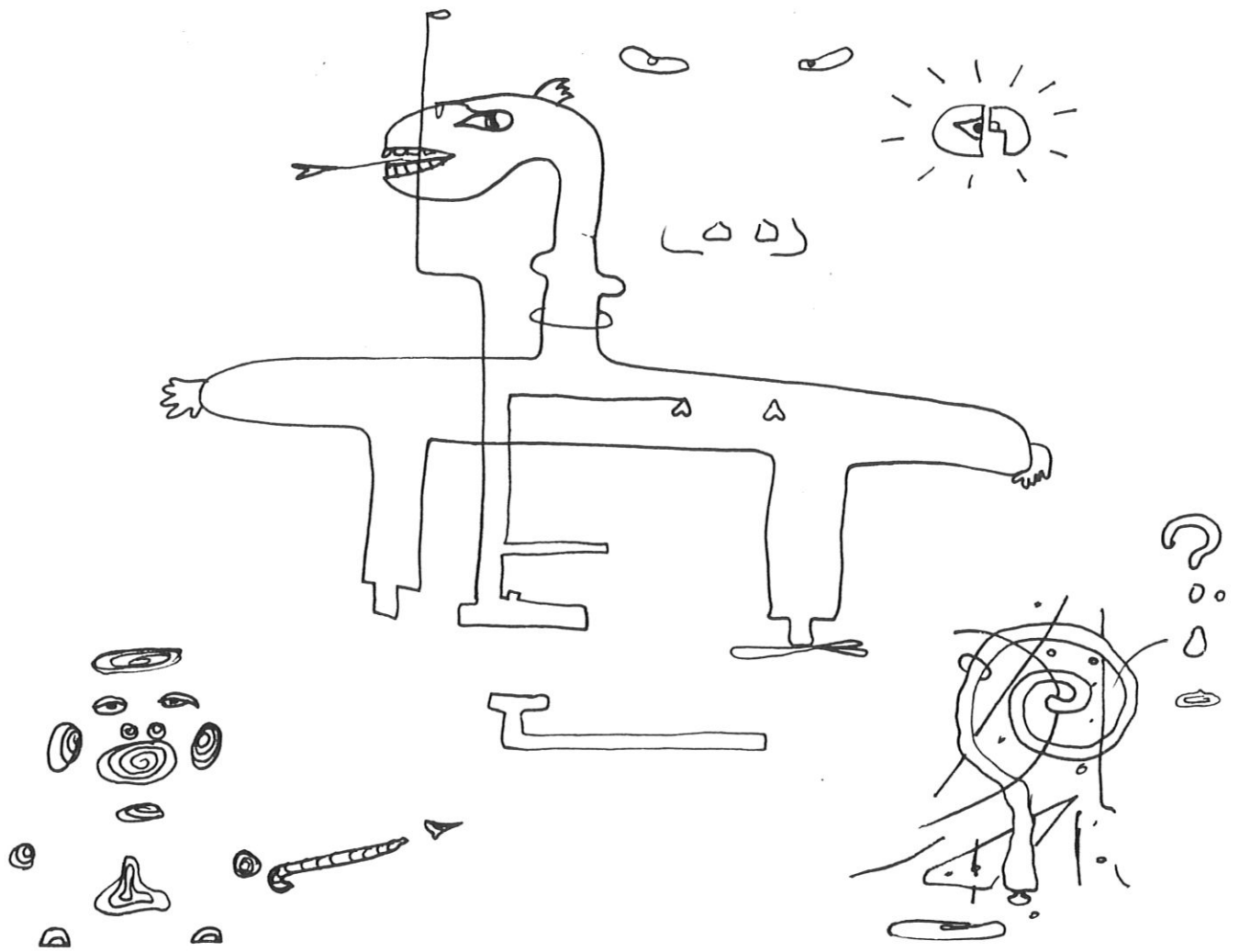
In[5]:= e=(1/3-1/5)

Out[5]= $\frac{2}{15}$

In[6]:= (a/b)/(c/(d e))

Out[6]= $-\left(\frac{1385}{1681}\right)$





Wichtig: *Damit Mathematica problemlos läuft, sollte auf der lokalen Hard-Disk ca. 10 MB Platz frei sein.*

Befehle: **Bedeutung:** **ISB/WIR90**

mathem	<i>Startet Mathematica vom DOS aus</i>
Quit	<i>Verlässt Mathematica ins DOS (Quit ist notwendig, damit keine "internen" Files liegen bleiben)</i>
!Command	<i>Führt in den DOS-Shell</i>
RUN["command"]	<i>DOS-Programm aktivieren</i>
exit	<i>Zurück vom DOS-Shell in Mathematica</i>
<< "xxx.m"	<i>File "xxx.m" holen, Filenamen-Erweiterung .m ist notwendig</i>
Display["filename", graphics]	<i>Sichern eines PostScript-Files auf die Harddisk</i>
msdosps	<i>Ausserhalb Mathematica PostScriptr-Graphic lesen (-> Screen)</i>
Hardcopy[graphics]	<i>Ausdruck einer Graphik vom Mathematica aus</i>
hardcopy	<i>Ausdruck einer Graphik vom DOS aus (hardcopy.bat)</i>
PRINTPS	<i>"Encapsulated PostScript"</i>
Ctrl-Break	<i>Unterbrechung einer Mathematica-Aktion (-> interaktiv)</i>
↑, ↓	<i>Zurückholen der vorgängigen oder nachfolgenden Eingabe-Zeile</i>
PgUp, PgDn	<i>Bewegen durch eine Session: Scrollen ganze Seiten</i>
Ctrl↑, Ctrl↓	<i>Bewegen durch eine Session: Zeilenweise bewegen</i>
Ctrl-PgUp, Ctrl-PgDn	<i>Bewegen durch eine Session: Zeilenweise bewegen</i>
Ctrl-A	<i>Schaltet Lausprecher ein/aus</i>
Ins	<i>Ein-/ ausschalten Ueberschreibemodus/ Einfügemodus</i>
→, ←	<i>Cursor links/ rechts</i>
Home, End	<i>Bewegen an den Zeilenanfang/ ans Zeilenende</i>
Del, Backspace	<i>Löscht das Zeichens unter dem/ links vom Cursor</i>
Ctrl-N	<i>Löscht die aktuelle Zeile</i>

Befehle:	Bedeutung:	ISB/WIR90
-----------------	-------------------	------------------

Tab	<i>Tabulator-Sprung, fügt 8 Leerzeichen ein</i>	
Enter	<i>Zeilenabschluss bei unfertiger Eingabe - ausführen des Programms bei fertiger Eingabe</i>	
File-Namen	<i>DOS-Konventionen, Namen in Anführungszeichen: "name" Backslashes müssen immer doppelt sein: C:\Pfad\Name.Ext</i>	
Edit[]	<i>Startet den in AUTOEXEC.BAT genannten Editor (z.B. SET EDITOR = EDLIN.COM). Varianten des Ausdrucks in [] vgl. Handbuch. So kann von Mathematica aus in ein externes File geschrieben werden.</i>	
EditIn[]	<i>Startet den Editor mit dem Text der in der Klammer genannten Zeile im Buffer</i>	
EditDef[]	<i>Startet den Editor mit den in der Klammer genannten Symbol-Definitionen im Buffer</i>	
Recall[]	<i>Gibt den Inhalt der genannten Zeilennummern auf den Schirm</i>	
Function Keys:	F1 : <i>Help-Key (Allgemeine on-line Hilfe)</i>	
	F2 : <i>Mathematica command completion (Hilfen zur Anwendung eines Mathematica-Kommandos)</i>	
	F3 : <i>Mathematica function template (Hilfen zu verwandten Mathematica-Befehlen mit gleichem Wortbeginn)</i>	
	F10 : <i>Session-log (Speichert die Session in das File MATH.LOG)</i>	
	-----> <i>Zur Programm-Entwicklung kann das ASCII-File MATH.LOG im DOS mit einem beliebigen Editor bearbeitet werden. Für den Import in Mathematica braucht es dann die Extention ".m" .</i>	

Systembenutzung Mathematica

Einige allgemeine Tips

ISB, WIR90

- 1. Front-Ends:** Je nach System hat man einen der folgenden Modi:
 - Graphisch (z.B. Macintosh)
 - Full screen text (z.B. Standard DOS)
 - Line-by-line (z.B. Drucker-Terminal)Die einzelnen Ausführungen sind der entsprechenden System-Philosophie angepasst.
- 2. Standard-on-line-Information:** (Bei DOS zusätzlich zu F-keys)
 - ?Befehl : Gibt Information über "Befehl"
 - ??Befehl : Gibt SpezialInformation über "Befehl"
 - ?Mstq* : Gibt Information über Wörter, die mit "Mstq" beginnen.
 - ?++ : Gibt Information über "++".
- 3. Spezielles zum Abschluss von Eingabezeilen:** Je nach Front-End gilt:
 - RETURN: Zeilenweise Eingabe, abgeschlossen, wenn der mathematische Ausdruck komplett ist.
Benutzt bei Line-by-line-Eingabe-Front-Ends.
 - Cntrl - X : Full-screen-text.
 - Shift-RETURN: Graphische Front-End.
- 4. Sequentielle Eingabe von Operationen: Strichpunkt ist Delimiter!**
 - a) Ausdruck1; Ausdruck2; Ausdruck3**
z.B. $x = 4; z = 6; 3+5$
Führt die drei Operationen zusammen aus und gibt am Schluss das Resultat.
 - b) Ausdruck1; Ausdruck2; Ausdruck3; (<---)**
Führt die drei Operationen zusammen aus, aber unterdrückt den Output.
- 5. Unterbrechung einer zu langen Rechnung:**
Je nach Front-End: Ctrl - C oder Break-Taste ...
Wenn das Programm stopt, erscheint die Anfrage:
 - continue ?
 - show (what M is doing) ?
 - abort (particular calculation) ?
 - exit (Mathematica) ?
- 6. Unterbrechung der Rückmeldung spezieller Aktionen:**
 - Off[Funktion::Zusatz],
z.B. Off[Sqrt::argct] unterdrückt Meldungen bezüglich argct bei Sqrt.
 - On[Function::Zusatz]: Ermöglicht Meldung wieder.

7. **File-Benutzung:** <<Filename.ext (Ext ist "m"): Einlesen eines Files.
Z.B. <<group.m: Liest File "group.m" ins
Mathematica ein.
!!Filename.ext : Zeigt den Inhalt des Files an.

Save["Filename.ext", x1, x2,...] : Speichert den
aktuellen Inhalt der Variablen x1, x2 in
das angegebene File.
"Ausdruck" >> Filename.ext: Speichert den Output
von "Ausdruck" ins angegebene File.
% >> Filename.ext: Speichert den Inhalt des letzten
Outputs ins angegebene File.
%4 >> Filename.ext: Speichert den Inhalt des
Outputs von Zeile 4 ins File. Etc. .
x >> Filename.ext : Speichert den Wert der
Variablen x in das angegebene File.
Alter Wert: überschrieben.
x >>> Filename.ext: Hängt den Wert von x hinten
an das File an. Kein Ueberschreiben.
! command : Führt externes Kommando auf
Betriebssystem-Niveau aus.

Literatur über Mathematica:

Standard: Stephen Wolfram: "Mathematica" /
Addison-Wesley Publishing Company

Für Fortgeschrittene: Roman Maeder:
"Programming in Mathematica" /
Addison-Wesley Publishing Company

(Preise: ca. Fr. 60.- bis 80.- in der Schweiz)