Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ Type F1 ◇ I / 3

Probl. 1 $x+y+z+w=1,\;\; z-w=1,\;\; y-w=1,\;\; y-z+w=1 \rightsquigarrow$ Gauss–Jordan?

Probl. 2 $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \xmapsto{\;A\;} 7\,\vec{x}_1, \qquad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \xmapsto{\;A\;} 2\,\vec{x}_2$

(a) $A = ?$

(b) $A^{-1} = ?$

(c) $A^T = ?$

Probl. 3 $$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) Eigenwerte von B? • *Valeurs propres de B?*

(b) Eigenvektoren von B? • *Vecteurs propres de B?*

(c) Eigenwerte von B^{10}? • *Valeurs propres de B^{10}?*

(d) Eigenvektoren von B^{10}? • *Vecteurs propres de B^{10}?*

(e) Eigenwerte von B^{-1}? • *Valeurs propres de B^{-1}?*

(f) Eigenvektoren von B^{-1}? • *Vecteurs propres de B^{-1}?*

(g) Eigenwerte von B^T? • *Valeurs propres de B^T?*

Probl. 4 $R = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix},\;\; \varphi = \frac{\pi}{6},\;\; \overrightarrow{OP}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},\;\; \overrightarrow{OP}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix},\;\; \overrightarrow{OP}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

(a) $R\cdot \overrightarrow{OP}_k = ?,\;\; k = 1,2,3$

(b) $\det(R\cdot \overrightarrow{OP}_2 - R\cdot \overrightarrow{OP}_1, R\cdot \overrightarrow{OP}_3 - R\cdot \overrightarrow{OP}_1) = m(\Box P_1'P_2'P_3'P_4') = ?$

Probl. 5 $C = \begin{pmatrix} -\frac{2}{7} & -\frac{18}{7} \\ -\frac{6}{7} & -\frac{5}{7} \end{pmatrix},\;\; P_1(1/2),\;\; P_2(2/-4),\;\; P_3(-2/-1)$

(a) $C\cdot \overrightarrow{OP}_k = ?,\;\; k = 1,2,3$

(b) Skizze: • *Esquisse:* $\overrightarrow{OP}_k\,,\;\; C\cdot \overrightarrow{OP}_k\,,\;\; k = 1,2,3$

(c) $C\cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP} \rightsquigarrow \overrightarrow{OP} = ?$

(d) $C\cdot \overrightarrow{OP} = -2\cdot \overrightarrow{OP} \rightsquigarrow \overrightarrow{OP} = ?$