

Uebungen ■ Exercices

2. Numerische Probleme ■ Problèmes numériques

Die Gliederung dieses Kurses folgt in groben Zügen dem Buch von Nancy Blachman: A Practical Approach.... Hinweis: Kapitel 2 lesen!

■ L'articulation de ce cours correspond à peu près à celle du livre de Nancy Blachman: A Practical Approach....
Indication: Lire le chapitre 2.

Run mit WIN+*Mathematica* Version 5.2
■ Testé avec *Mathematica* version 5.2+WIN

WIR94/98/99/2000/2007 // Copyright Rolf Wirz

Aufgabe 1 ■ Problème 1

Berechne die Anzahl Minuten in einem Jahr mit 365 Tagen.

■ Calcule le nombre de minutes pour une année de 365 jours.

```
In[1]:= 365 Tag (24 Std/Tag) (60 Min/Std)
```

```
Out[1]= 525600 Min
```

Aufgabe 2 ■ Problème 2

(a)

Berechne Pi auf 770 Stellen. Findest Du 6 sich folgende Ziffern 9?

■ Calcule Pi sur 770 places. Trouves-tu 6 fois de suite le chiffre 9?

```
In[2]:= N[Pi,770]
```

```
Out[2]= 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899\
862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028\
410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316527\
120190914564856692346034861045432664821339360726024914127372458700660631558817488\
152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138414695194151160943305\
727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272489122\
793818301194912983367336244065664308602139494639522473719070217986094370277053921\
717629317675238467481846766940513200056812714526356082778577134275778960917363717\
872146844090122495343014654958537105079227968925892354201995611212902196086403441\
81598136297747713099605187072113499999984
```

(b)

Wie nahe ist e hoch (Pi mal Wurzel aus 163) bei einer ganzen Zahl?

■ Combien près d'un nombre entiers se trouve e puissance (Pi fois racine de 163)?

```
In[3]:= N[E^(Pi 163^(1/2)),100]-Ceiling[N[E^(Pi 163^(1/2)),100]]
```

```
Out[3]= -7.499274028018143111206461436626630091372924625896217893520898813926870×10-13
```

```
In[4]:= N[E^(Pi 163^(1/2)),100]-Floor[N[E^(Pi 163^(1/2)),100]]
```

```
Out[4]= 0.9999999999925007259719818568887935385633733699086270753741037821064791011860731\
30
```

Aufgabe 3 ■ Problème 3

Verwende NumberForm um die Zahl 123456789 in 3-er-Blöcken auszugeben.

■ Sers-toi de NumberForm pour sortir le nombre 123456789 en blocs de 3 chiffres.

```
In[5]:= NumberForm[123456789, DigitBlock->3]
```

```
Out[5]//NumberForm=
123,456,789
```

Aufgabe 4 ■ Problème 4

Generiere mit Hilfe von Random zwei Pseudozufallszahlen und addiere diese.

■ Générer à l'aide de Random deux nombres pseudo-aléatoires et fais-en l'addition

```
In[6]:= a=Random[];b=Random[];a+b
```

```
Out[6]= 1.42666
```

Aufgabe 5 ■ Problème 5

Schaue, was *Mathematica* tut, und überlege wieso das Resultat so aussieht:

■ Observe ce que fait *Mathematica* et réfléchis pourquoi le résultat est ainsi:

```
In[7]:= Sqrt[3] + 3
```

```
Out[7]= 3 +  $\sqrt{3}$ 
```

```
In[8]:= Exp[2 Pi I]
```

```
Out[8]= 1
```

```
In[9]:= 5 > 3
```

```
Out[9]= True
```

```
In[10]:= Pi^E > E ^ Pi
```

```
Out[10]= False
```

```
In[11]:= N[Pi^E > E ^ Pi]
```

```
Out[11]= False
```

Aufgabe 6 ■ Problème 6

(a)

Studiere die folgenden Befehle:

■ Etudie les ordres suivants:

```
In[12]:= ??Table
```

```
Table[expr, {imax}] generates a list of imax copies of expr. Table[
  expr, {i, imax}] generates a list of the values of expr when i runs from
  1 to imax. Table[expr, {i, imin, imax}] starts with i = imin. Table[expr,
  {i, imin, imax, di}] uses steps di. Table[expr, {i, imin, imax}, {j, jmin,
  jmax}, ... ] gives a nested list. The list associated with i is outermost. Mehr...
```

```
Attributes[Table] = {HoldAll, Protected}
```

```
In[13]:= ??Sum
```

```
Sum[f, {i, imax}] evaluates the sum of the expressions f as
  evaluated for each i from 1 to imax. Sum[f, {i, imin, imax}] starts with
  i = imin. Sum[f, {i, imin, imax, di}] uses steps di. Sum[f, {i, imin,
  imax}, {j, jmin, jmax}, ... ] evaluates a sum over multiple indices. Mehr...
```

```
Attributes[Sum] = {HoldAll, Protected, ReadProtected}
```



```
In[20]:= Sum[1/(n!), {n, 0, 10}]
```

```
Out[20]=  $\frac{9864101}{3628800}$ 
```

(f)

Berechne 6! mit "Product".

■ Calcule 6! avec "Product".

```
In[21]:= Product[n, {n, 1, 6}]
```

```
Out[21]= 720
```

```
In[22]:= 6!
```

```
Out[22]= 720
```

Aufgabe 7 ■ Problème 7

Berechne die Inverse der 3*3-Hilbert-Matrix. ((i,j) = 1/(i+j-1).)

■ Calcule l'inverse de la matrice de Hilbert 3*3. ((i,j) = 1/(i+j-1).)

```
In[23]:= h = Table[1/(i+j-1), {i, 3}, {j, 3}]; MatrixForm[h]
```

```
Out[23]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

```
In[24]:= MatrixForm[Inverse[h]]
```

```
Out[24]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 9 & -36 & 30 \\ -36 & 192 & -180 \\ 30 & -180 & 180 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8 ■ Problème 8

Berechne eine numerische Approximation von Pi durch Integration der Funktion

$4/(1+x^2)$ im Intervall [0,1]

■ Calcule une approximation numérique de Pi en intégrant la fonction $4/(1+x^2)$ dans l'intervalle [0,1]

```
In[25]:= f[x_]:=4/(1+x^2); f[x]
```

```
Out[25]=  $\frac{4}{1+x^2}$ 
```

```
In[26]:= Integrate[f[x], x]
```

```
Out[26]= 4 ArcTan[x]
```

```
In[27]:= Integrate[f[x], {x, 0, 1}]
```

```
Out[27]=  $\pi$ 
```

```
In[28]:= NIntegrate[f[x], {x, 0, 1}]
```

```
Out[28]= 3.14159
```

Aufgabe 9 ■ Problème 9

Finde 5 Wurzeln der folgenden Gleichungen

■ **Trouve 5 racines de l'équation suivante**

(a) (NRoots geht für Polynome)

■ **(NRoots joue pour des polynômes)**

$$x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$$

```
In[29]:= NRoots[x^5+5x^4+4x^3+3x^2+2x+1==0, x]
```

```
Out[29]= {x == -4.19273 || x == -0.564099 - 0.390903 i || x == -0.564099 + 0.390903 i ||
          x == 0.160462 - 0.693272 i || x == 0.160462 + 0.693272 i}
```

(b) (FindRoot geht für allgemeine Funktionen, liefert jedoch jeweils nur eine Nullstelle)

■ **(FindRoot va pour des fonctions générales, mais ne livre qu'un zéro)**

$$\sin^2(\pi x) - x^2 \cos(\pi x) = x$$

```
In[30]:= Table[FindRoot[Sin[Pi x]^2 - x^2 Cos[Pi x] == x,
                        {x, x0}], {x0, -5, 5}]
```

```
Out[30]= {{x -> -2.31035}, {x -> -2.31035}, {x -> 0.849859}, {x -> -1.75741}, {x -> -2.47887 x 10^-17},
          {x -> 0.}, {x -> 1.}, {x -> 0.849859}, {x -> 1.42393}, {x -> 1.42393}, {x -> 2.57929}}
```

(c) (Wie in b)

■ **(Comme dans b)**

$$x \tan(x) = 1$$

```
In[31]:= Table[FindRoot[x Tan[x] == 1,
                        {x, x0}], {x0, 13}]
```

```
Out[31]= {{x -> 0.860334}, {x -> 3.42562}, {x -> 3.42562}, {x -> 3.42562},
          {x -> 6.4373}, {x -> 6.4373}, {x -> 6.4373}, {x -> 9.52933}, {x -> 9.52933},
          {x -> 9.52933}, {x -> 12.6453}, {x -> 12.6453}, {x -> 12.6453}}
```

"Putzmaschine" einsetzen

■ Employer la "machine de nettoyage"

```
In[32]:= (* Old Form: Remove["Global`*"] *)
```

```
In[33]:= Remove["Global`*"]
```