Test ◇ **E+M1 01 S2** ◇

Hinweis: *Eine Aufgabe kann nur dann bewertet werden, wenn der Lösungsgang ersichtlich ist. Der Lösungsgang muss auf dem Blatt festgehalten sein. Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet. Zu einer Aufgabe gehört immer auch eine Skizze!*

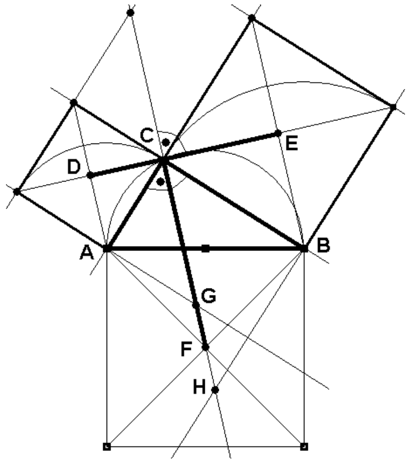
Vektoralgebra– und Geometrie, Determinanten

Probl. 1 *Hinweis:*
Wähle $C = (0; 0)$, $A = (0 : 1)$, $B = (x; 0)$.

(a) Berechne allgemein den Winkel zwischen $\overline{DE}$ und $\overline{CF}$.

(b) Berechne allgemein den Quotienten $q_1 = \frac{|\overline{DE}|}{|\overline{CF}|}$.

(c) Berechne allgemein den Quotienten $q_2 = \frac{|\overline{GF}|}{|\overline{FH}|}$.



Probl. 2 (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ $\leadsto$ Berechne $\det(A)$ nach Sarrus.

(b) A wird so erweitert, dass die folgende Matrix entsteht:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & y & ln(98765) & e^{9876} \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & y & \tan(100) & u\,2\,\pi \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad \leadsto \text{ Berechne } \det(B) \text{ von Hand exakt.}$$

(c) Eine 10×10–Matrix C hat folgende Zeilen:

1. Zeile: $\vec{v}^T - 0 \cdot \vec{b}^T$
2. Zeile: $\vec{v}^T - 1 \cdot \vec{b}^T$
3. Zeile: $\vec{v}^T - 2 \cdot \vec{b}^T$
4. Zeile: $\vec{v}^T - 3 \cdot \vec{b}^T$
5. Zeile: $\vec{v}^T - 4 \cdot \vec{b}^T$

. . . u.s.w.

Kann man aus diesen Angaben schon den Wert der von $\det(C)$ ermitteln? Berechne diesen Wert, falls das möglich ist!

Probl. 3 Gegeben sind die Punkte $A(14; 10; 0)$, $B(11; 7; 12)$, $C(0; 2; 8)$.

(a) Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenklig–rechtwinklig ist.

(b) Suche einen Punkt D so, dass ein Quadrat $ABCD$ entsteht.

(c) Suche einen Punkt S so, dass die Figur $ABCDS$ eine quadratische Pyramide ist mit dem Volumen $V = 3888$ und der Spitze S (2 Lösungen).

Probl. 4 Gegeben ist eine Kugel $K: \ x^2 + y^2 + z^2 - 4z - 5 = 0$ und eine Ebene Φ durch die Koordinaten $A(-1; 9; 9)$, $B(1; 10; 11)$, $C(-5; 5; 9)$.
M sei dabei der Kugelmittelpunkt. O ist der Ursprung des Koordinatensystems.

(a) Berechne den Punkt der Kugel K, welcher von der Ebene Φ den kürzesten Abstand d hat.

(b) Berechne diesen Abstand d.

(c) Berechne die Punkte C und D auf der Geraden $g(A, B)$ durch A und B, die in jenen Tangentialebenen an K liegen, welche senkrecht auf g stehen.

(d) Berechne M.

(e) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks AMO.

Viel Glück!