Übungen in lin.Alg.+Geom. ◇ E+M I / 3 ◇

A. Verwende für die nachfolgenden Berechnungen einen beliebigen Taschenrechner freier Wahl oder ein beliebiges Computeralgebra–Programm (**CAS** $\rightsquigarrow$ **Computer–Algebra–System**).

Probl. 1 Gegeben sind im 5 - dimensionalen Raum die Punke $P_1(3,5,6,9,2)$ und $P_2(-1,3,4,2,8)$. Berechne die Länge des Vektors von P_1 zu P_2 sowie die Länge der Projektion des Vektors in den Unterraum mit den ersten 3 Koordinaten . Was passiert allgemein mit der Länge eines Vektors bei der Projektion in einen Unterraum?

Probl. 2 Gegeben ist $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$.

(a) Berechne $4\,\vec{a} - 3\,\vec{b} + 5\,\vec{c}$.

(b) Löse die Gleichungen $4\,\vec{a} + 2\,(\vec{x} - \vec{b}) + 5\,\vec{c} = \vec{d} + 8\,\vec{b}$.

Probl. 3 (a) $\vec{v}$ ist als Ortsvektor gegeben durch die Koordinaten $(-2,0,4,6,8)$, $\vec{a_1}$ durch $(-1,3,4,2,8)$, $\vec{a_2}$ durch $(-3,-3,-2,-2,-1)$, $\vec{a_3}$ durch $(-3,-3,-2,-2,-1)$, $\vec{a_4}$ durch $(1,2,4,6,7)$ und $\vec{a_5}$ durch $(4,2,4,6,7)$. Drücke $\vec{v}$ in der „Basis“ $\{\vec{a_1},\vec{a_2},\vec{a_3},\vec{a_4},\vec{a_5}\}$ aus.

(b) $\vec{v}$ ist als Ortsvektor gegeben durch die Koordinaten $(-2,0,4,6,8)$, $\vec{b_1}$ durch $(3,5,6,9,2)$, $\vec{b_2}$ durch $(-1,3,4,2,8)$, $\vec{b_3}$ durch $(-3,-3,-2,-2,-1)$, $\vec{b_4}$ durch $(1,2,4,6,7)$ und $\vec{b_5}$ durch $(4,2,4,6,7)$. Drücke $\vec{v}$ in der „Basis“ $\{\vec{b_1},\vec{b_2},\vec{b_3},\vec{b_4},\vec{b_5}\}$ aus.

Probl. 4 (a) Seien $(-4,10,24,31,43)$ die Koordinaten eines Ortsvektors $\vec{w}$. Ist $\vec{w}$ linear abhängig von $\{\vec{a_1},\vec{a_2},\vec{a_3},\vec{a_4},\vec{a_5}\}$? ($\{\vec{a_1},\vec{a_2},\vec{a_3},\vec{a_4},\vec{a_5}\}$ wie oben in der vorhergehenden Aufgabe.)

(b) Seien $(-4,10,24,31,43)$ die Koordinaten eines Ortsvektors $\vec{w}$. Ist $\vec{w}$ linear abhängig von $\{\vec{b_1},\vec{b_2},\vec{b_3},\vec{b_4},\vec{b_5}\}$? ($\{\vec{b_1},\vec{b_2},\vec{b_3},\vec{b_4},\vec{b_5}\}$ wie oben in der vorhergehenden Aufgabe.)

(c) Seien $(4,-10,-24,31,43)$ die Koordinaten eines Ortsvektors $\vec{w}$. Ist $\vec{w}$ linear abhängig von $\{\vec{a_1},\vec{a_2},\vec{a_3},\vec{a_4},\vec{a_5}\}$? ($\{\vec{a_1},\vec{a_2},\vec{a_3},\vec{a_4},\vec{a_5}\}$ wie oben in der vorhergehenden Aufgabe.)

(d) Seien $(4,-10,-24,31,43)$ die Koordinaten eines Ortsvektors $\vec{w}$. Ist $\vec{w}$ linear abhängig von $\{\vec{b_1},\vec{b_2},\vec{b_3},\vec{b_4},\vec{b_5}\}$? ($\{\vec{b_1},\vec{b_2},\vec{b_3},\vec{b_4},\vec{b_5}\}$ wie oben in der vorhergehenden Aufgabe.)

Probl. 5 Der Ortsvektor von $\vec{a}$ ist gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, derjenige von $\vec{b}(n)$ durch $\begin{pmatrix} (\frac{n}{2}) \\ (\frac{2}{n}) \\ (\frac{3}{n^2}) \end{pmatrix}$ resp. $\vec{b}(n) = (\frac{n}{2}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n^2})^T$. Berechne die Summe

$$\vec{a} + \sum_{n=1}^{100} (-1)^n\,\vec{b}(n) = \vec{a} - \vec{b}(1) + \vec{b}(2) - \vec{b}(3) + \ldots - \ldots + \vec{b}(100).$$

%

B. Verwende für die nachfolgenden Aufgaben **MATLAB** oder **Octave**:

Probl. 1 Folgende Befehle sollen der Reihe nach eingegeben werden:

$x = [1\ 3\ 2];$
$y = [2\ 4];$
$z = [2 * x\ 1./y];$

Wie lauten die ausgegebenen Komponenten des „Vektors" z?

Probl. 2 Gib folgende Anweisungen ein: a = 0:14 und b = [1:7 8 7:-1:1]. Überlege, welche Bildschirmausgaben durch die nachfolgenden Befehle erzeugt werden und kontrolliere die die Befehle mit Hilfe des Programms nach:

`a) b`	`b) a+b`	`c) a.*b`	`d) [a,b]`
`e) mean(b)`	`f) plot(a,b)`	`g) plot(b,a,'+')`	`h) min([a b])`
`i) plot(a,b.^2)`	`j) a(a>8)`	`k) b(b<6)`	`l) size(a.')`

Probl. 3 (a) Versuche die Wirkungsweise der folgenden Befehle vorherzusagen und teste diese darauf mit dem Programm: 1:10-1, 1:(10-1) sowie (1:10-1) .

(b) Gehe mit den folgenden Befehlen genauso vor wie in der letzten Aufgabe beschrieben:

```
v = [3:3:10, 12:-2:5]; w = v(v<=9)
```

Probl. 4 Generiere mit x = rand(1,50) 50 gleichverteilte Pseudo–Zufallszahlen. (Diese liegen zwischen 0 und 1 und werden im Zeilenvektor x gespeichert.)

(a) Stelle die Zahlen dieses Vektors in einem Histogramm dar. Benutze dazu den Befehl hist(x,m), mit dem m Balken mit den Werten von x erzeugt werden. Finde mit Hilfe des Befehls help hist heraus, wie man die Farben im Histogramm anpassen könnte.

(b) Finde heraus was passiert, wenn der Befehl u = hist(x,8); sowie u eingegeben wird.

Probl. 5 Sei x z.B. der Vektor von vorhin. Erkunde mit Hilfe des Programms, was die Befehle diff(x), prod(x), std(x) und median(x) bewirken.

Probl. 6 Gegeben sind die Funktionen $f(x) = e^{\frac{-x}{10}}$, $g(x) = \sin(x^2)$. Verwende z.B. die Funktion help um folgende Probleme zu lösen.

(a) Erstelle einen Plot der beiden Graphen im selben Fenster über dem Bereich $0 \leq x \leq 15$. Der Graph von f soll dabei rot, derjenige von g blau erscheinen. Die Strichdicken der Graphen sollen verschieden sein. Und auch dein Name soll im Fenstertitel erscheinen...

(b) Bestimme mit Hilfe des Programms das Maximum von f im Intervall $[0, 15]$.
Hinweis: Verwende den Befehl [m,i] = max(y) . Dieser Befehl speichert in m den maximalen Wert des Vektors y und in i den Index des grössten Werts. %

(c) Hebe den eben bestimmten Maximalwert in der Graphik durch einen gut sichtbaren gelben Punkt hervor.

(d) Speichere die Graphik in einem Graphikprogramm sowie in einem Textverarbeitungsprogramm ab. Fixiere die Graphikgrösse auf $6.5\,cm \times 5.5\,cm$.

Probl. 7 Konstruiere eine Funktion namens *einh*, welche zu einem gegebenen Vektor $\vec{v}$ den Einheitsvektor $\vec{e}_v$ berechnet. Teste die Funktion an eigenen Beispielen.

Probl. 8 (a) Konstruiere eine Funktion namens clearMax(x), welche aus einem Vektor x alle grössten Werte wegstreicht.

(b) Teste die eben definierte Funktion an eigenen Beispielen.

(c) Gegeben sei der Vektor x. Was bewirkt wohl der Befehl clearMax(clearMax(x))? Teste die Funktion an eigenen Beispielen.

Probl. 9 Ohne Lösung. Der Weg ist selbst zu finden:

Sind diese Vektoren l.u. oder l.a.? *(Hinweis: Homogenes Gleichungssystem.)*

(a) $$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}.$$

(b) $$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}.$$

(c) $$\begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\\1\end{pmatrix}.$$

 (Die obigen Matlab-Probleme sind einer Sammlung entnommen.)