Übungen in lin.Alg.+Geom. ◇ E+M II / 10 ◇

Kreis und Ellipse

Probl. 1 (a) i. Durch $\vec{v}_0 = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$ mit $r = 1$ ist eine Kurve in Parameterdarstellung gegeben. Skizziere diese Kurve.

ii. Durch $\langle \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rangle - r^2 = 0,\ \ r = 1$, ist eine Kurve durch eine implizite Gleichung gegeben. Skizziere diese Kurve. Was stellt man fest?

(b) Sei $D_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

i. Durch $\vec{v}_{1a} = D_1 \cdot \vec{v}_0$ mit $r = 1$ ist eine Kurve in Parameterdarstellung gegeben. Skizziere diese Kurve.

ii. Durch $\vec{v}_{1b} = D_1^{-1} \cdot \vec{v}_0$ mit $r = 1$ ist eine Kurve in Parameterdarstellung gegeben. Skizziere diese Kurve. Was stellt man fest?

iii. Durch $\langle (D_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}), (D_1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}) \rangle - r^2 = 0,\ \ r = 1$, ist eine Kurve durch eine implizite Gleichung gegeben. Skizziere diese Kurve. Was stellt man fest?

(c) Sei $\varphi = \frac{\pi}{6}$, $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$.

i. Durch $\vec{v}_{3a} = M \cdot \vec{v}_{2a}$ mit $r = 1$ ist eine Kurve in Parameterdarstellung gegeben. Skizziere diese Kurve.
Berechne auch die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $M \cdot D_1$.

ii. Durch $\vec{v}_{3b} = M^{-1} \cdot \vec{v}_{2b}$ mit $r = 1$ ist eine Kurve in Parameterdarstellung gegeben. Skizziere diese Kurve. Was stellt man fest?
Berechne auch die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $(M \cdot D_1)^{-1}$.

iii. Durch $\langle (D_1 \cdot M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}), (D_1 \cdot M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}) \rangle - r^2 = 0,\ \ r = 1$, ist eine Kurve durch eine implizite Gleichung gegeben. Skizziere diese Kurve. Was stellt man fest?