Übungen in Analysis ◇ E+M 2 03 ◇

Probl. 1 Berechne die Längen der Kurven und skizziere die Kurven:

(a) $f(x) = x^2, \;\; x \in [-1, 1]$

(b) $f(x) = e^x, \;\; x \in [0, 100]$

(c) $f(x) = \sin(x), \;\; x \in [0, 2\,\pi]$

Probl. 2 Berechne die Flächeninhalte unter den folgenden Kurven in Polaarkordianten und skizziere die Kurven:

(a) $r(\varphi) = e^{\varphi}, \;\; \varphi \in [0, 2\,\pi]$

(b) $r(\varphi) = ln(\varphi), \;\; \varphi \in [0, 2\,\pi]$

(c) $r(\varphi) = \dfrac{1}{1+\varphi^2}, \;\; \varphi \in [0, \dfrac{\pi}{2}]$

Probl. 3 Berechne die Längen der Kurven in Polaarkordianten:

(a) $r(\varphi) = e^{\varphi}, \;\; \varphi \in [0, 2\,\pi]$

(b) $r(\varphi) = ln(\varphi), \;\; \varphi \in [0, 2\,\pi]$

(c) $r(\varphi) = \dfrac{1}{1+\varphi^2}, \;\; \varphi \in [0, \dfrac{\pi}{2}]$

Probl. 4 Die folgenden Kurven werden um die x–Achse rotiert. Berechne den Volumeninhalt der entstehenden Rotationskörper:

(a) $f(x) = x^2, \;\; x \in [-1, 1]$

(b) $f(x) = e^x, \;\; x \in [0, 100]$

(c) $f(x) = \sin(x), \;\; x \in [0, 1\,\pi]$

Probl. 5 Die folgenden Kurven werden um die x–Achse rotiert. Berechne den Oberflächeninhalt der entstehenden Rotationskörper:

(a) $f(x) = x^2, \;\; x \in [-1, 1]$

(b) $f(x) = e^x, \;\; x \in [0, 100]$

(c) $f(x) = \sin(x), \;\; x \in [0, 1\,\pi]$

%

Probl. 6 (a) Gegeben ist die Kurve $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t \end{pmatrix}$, $t \in I = [-1, 1]$ sowie die Funktion $f(x, y) = x^2 - x\,y - y^2$. Berechne das Linienintegral $\int\limits_I f(x, y)\, ds$

(b) Gegeben ist die Kurve $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in I = [0, 2\,\pi]$ sowie die Funktion $f(x, y, z) = \cos(x^2) + y \cdot z$. Berechne das Linienintegral $\int\limits_I f(x, y)\, ds$

(c) Gegeben ist die Kurve $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in I = [0, 4]$ sowie die Vektorfunktion (Vektorfeld) $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + y \\ y + z \\ z - x \end{pmatrix}$. Berechne das Linienintegral $\int\limits_I f(x, y)\, d\vec{s}$

(d) Gegeben ist die Kurve $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in I = [0, 2\,\pi]$ sowie die Vektorfunktion (Vektorfeld) $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos(x^2) \\ y \cdot z \\ x \end{pmatrix}$. Berechne das Linienintegral $\oint\limits_I f(x, y)\, d\vec{s}$