Übungen in Analysis 3 ◇ M2 12 ◇

Schwingungen

Probl. 1 Literaturstudium:

Letzthin ist ein Handout zum Thema „Biegelinie“ abgegeben worden. Studiere dieses Handout. Richte dein Augenmerk auf die unter den momentanen Randbedingungen wichtigen Differentialgleichungen.
(Rufe den Link `http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/express.html` auf, falls du das Handout suchst. Dieser Link ist auf die vom Aufruf der Übungen bekannte Art passwortgeschützt. Unter diesem Link findet sich auf die übliche Art ein weiterer Link zu einer Seite, von der dieser Handout stammt. Loginname und Passwort sind den zugelassenen Benutzern bekannt.)

Weitere Handouts finden sich passwortgeschützt wie üblich unter „Handouts“ via den Link `http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/MasterIndex.html`.

Informiere dich zu diesen Themen auch im Internet. (z.B. Wikipedia):

`http://de.wikipedia.org/wiki/Tr%C3%A4gheitsmoment`
`http://de.wikipedia.org/wiki/Traegheitsmoment` (ae durch ä ersetzen!)
`http://de.wikipedia.org/wiki/Fl%C3%A4chentr%C3%A4gheitsmoment`
`http://de.wikipedia.org/wiki/Flaechentraegheitsmoment` (ae durch ä ersetzen!)
`http://de.wikipedia.org/wiki/Elastizit%C3%A4tsmodul`
`http://de.wikipedia.org/wiki/Elastizitaetsmodul` (ae durch ä ersetzen!)
`http://de.wikipedia.org/wiki/Biegung_%28Mechanik%29`
`http://de.wikipedia.org/wiki/Biegung_(Mechanik)`

Probl. 2 Biegungssituation 1: Punktlast am Balkenende

Ermittle die Biegelinie eines einseitig eingespannten Balkens mit dem axialen Trägheitsmoment I_y, dem Elastizitätsmodul E sowie der Länge x_L und Ursprung = Einspannpunkt, Punktlast F am Balkenende senkrecht zum unbelasteten Balken. Wähle: $x_L = 5\ m,\ \ I_y = \dfrac{b \cdot h^3}{12}$ rechteckiger Querschnitt mit Breite $b = 5\ cm$, Höhe $h = 10\ cm$, $E = 210'000\ N/mm^2$ (Stahlsorte) , $F = 10^3\ kg\ m/s^2$.

(a) Erarbeitete Formel bei schwacher Durchbiegung:

$$y''(x) = -\frac{M(x)}{E \cdot I},\ \ M(x) = F \cdot (x_L - x),\ \ y(0) = y'(0) = 0$$

Berechne die Biegelinie und skizziere die Situation.

%

(b) Erarbeitete Formel bei starker Durchbiegung:

$$y''(x) = -\frac{M(x)}{E \cdot I} \cdot (1 + (y'(x))^2)^{\frac{3}{2}}, \ \ M(x) = F \cdot (x_L - x), \ \ y(0) = y'(0) = 0$$

Berechne die Biegelinie (numerische Lösung der Differentialgleichung) und skizziere die Situation (Rechner resp. Programm einsetzen).

Probl. 3 Biegungssituation 2: Gleichmässige Streckenlast

Ersetze in der letzten Aufgabe die Punktlast durch eine Streckenlast gleicher Gesamtgrösse und löse die selben Probleme wie in der genannten Aufgabe.

Hinweis: Die Rechnung sollte ergeben:

$$M(x) = \int_{x}^{x_L} \frac{F\,(x_L - s)}{x_L}\,ds = \frac{F \cdot (x_L - x)^2}{2 \cdot x_L}$$

Berechne ebenfalls die Biegelinien (numerische Lösung der Differentialgleichungen) und skizziere die Situation (Rechner resp. Programm einsetzen).

Probl. 4 Biegungssituation 3: „Statisch unbestimmte Systeme“

Modelliere selbst eine oder mehrere Kombinationen der beiden obigen Situationen. Dabei können auch mehrere Punktlasten in diversen Abständen oder variable Streckenlasten auftreten. Berechne die Biegelinie und stelle sie graphisch dar (Rechner resp. Programm einsetzen).