Vordiplom Teil Algebra, 1991

Klassen I4T/W – Informatik

Mathematik

Zeit pro Teil:
70 Minuten

Restaurierte Version nach dem NeXT–Crash vom Herbst 1999

WIR91/01

Bedingungen:

- Alle Probleme sind selbständig zu lösen. Unehrenhaftes Verhalten hat einen sofortigen Ausschluss von der Prüfung zur Folge.
- Für die Schrift ist dokumentechtes Schreibgerät zu verwenden. Bleistift wird nur bei allfälligen Zeichnungen und Skizzen akzeptiert.
- Es wird eine saubere und klare Darstellung des Lösungsweges mit Angabe von Ideen und Zwischenresultaten verlangt. Resultate ohne Herleitung werden nicht akzeptiert.
- Bei Verwendung von Dezimalbrüchen darf die Abweichung der Schlussresultate vom exakten Resultat nicht mehr als 0.1% betragen.
- Physikalische Einheiten dürfen generell weggelassen werden, sofern nicht anders vermerkt.
- Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Ungültige Teile sind sauber durchzustreichen.
- Pro Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseiten der Schreibblätter müssen leer bleiben. Sie werden vielleicht nicht korrigiert!
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Kursunterlagen (Kurzfassung), Formelbücher, Taschenrechner, Schreibpapier und Schreibzeug.
- Die Prüfung gliedert sich in 3 Teile. Dies ist der Teil Algebra.
- **Richtlinie:** 3 Probleme sind auszuwählen und zu lösen.

INGENIEURSCHULE BIEL (HTL)

Vordiplomprüfung Algebra 1991

Klassen I4T/W

Viel Glück !

Aufgabe 1 **(12 Punkte)**

Es soll eine Schaltung entworfen werden, die zu einer 3-stelligen Dualzahl mit den Ziffern A, B und C eine zweistellige Dualzahl mit den Ziffern D und E addiert. Für die Stellen des Resultats sind kleine Buchstaben zu verwenden.

(a) **(4 Punkte)**

Stelle Sie die möglichen Verknüpfungen in einer Tabelle dar (Leitwerttabelle).

(b) **(4 Punkte)**

Lesen Sie aus der Tabelle auf sinnvolle Weise algebraische Ausdrücke für das Resultat ab, in denen nur Symbole für Serie-, Parallelschaltung und „Negation einzelner Schalter“ vorkommen.

(c) **(4 Punkte)**

Vereinfachen Sie diese Ausdrücke so weit wie möglich unter Beibehaltung der eben genannten Symbole.

Aufgabe 2 **(10 Punkte)**

Berechnen Sie $\vec{x}$ aus folgender Gleichung, falls möglich:

$$(A\,\vec{x} + B\,\vec{x})^T\,A + \vec{b}^T\,C = (A^{-1}\,\vec{k})^T \qquad \textit{(Hinweis: } (M\,\vec{v})^T = \vec{v}^T\,M^T \textit{)}$$

Alle Lösungsschritte und Berechnungsmethoden müssen auf dem Blatt ersichtlich und nachvollziehbar sein. Bei Verwendung des Rechners ist zu erklären, welche Operationen dem Rechner überlassen werden.

Angaben: $C = A^2,\ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix},$

$\vec{a}^T = (i, 1, -1),\ \vec{b}^T = (0, i, 0),\ \vec{k}^T = (0, 0, 1)$

Aufgabe 3 **(10 Punkte)**

Gegeben sind die Geraden g und h wie folgt:

$g = \Phi \cap \Psi \qquad h : \vec{r} = \vec{r}_0 + t\,\vec{a} \qquad$ Dazu kennt man den Punkt P.

(a) **(3 Punkte)**

Ist die kleinst mögliche Kugel, die beide Geraden berührt, eindeutig bestimmt?

(b) **(3 Punkte)**

Berechnen Sie den Mittelpunkt und den Radius dieser Kugel, soweit Eindeutigkeit vorhanden ist.

(c) **(3 Punkte)**

Liegt der Punkt P auf der Kugeloberfläche?

Angaben:

$$\begin{aligned} \Phi :\ +2\,x + y - 2\,z + 8 &= 0 \\ \Psi :\ -x + 2\,y + 3\,z - 6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},\ \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix},\ P(-1/-3/-5).$$

Aufgabe 4 **(10 Punkte)**

Gegeben ist $m \in \mathbb{N}$ beliebig. m sei im 10–er System dargestellt. Wählen Sie zwei beliebige, aber verschiedene Ziffern von m und vertauschen Sie diese. Dann entsteht eine neue Zahl n. Sei nun $d = m^2 - n^2$ und s und k die von hinten gezählten Platznummern der gewählten Ziffern in m, wobei $k > s$ ist. *Lassen Sie die Nummerierung mit* 0 *beginnen!* z sei die gesamte Anzahl Ziffern von m resp. n. Damit die Sache einen Sinn hat, muss natürlich $z > 1$ sein.

(a) **(2 Punkte)**

Berechnen Sie den ggT aller Zahlen m im Falle $z = 2$.
(Hinweis: Verwenden Sie die Darstellung $m = 10\,a + b$.)

(b) **(3 Punkte)**

Berechnen Sie den *ggT* $t(z,k,s)$ aller Zahlen d für $m \in M$ bei beliebigem z und $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 9\}$. t enthält die „ewigen Teiler", die überall vorkommen und hängt offenbar von z, k und s ab.
(Hinweis: Verwenden Sie die Darstellung $m = 10^k\, a + 10^s\, b + R$, wobei in R die restlichen Ziffern figurieren.)

(c) **(2 Punkte)**

Untersuchen Sie, welche Zahlen d mit $m \in M$ durch $9 \cdot 11$ teilbar sind.

(d) **(3 Punkte)**

Sei

$$f(k,s,z,d) \quad = \quad \begin{cases} 1 & \text{falls 99 Teiler von } d \text{ ist} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Beschreiben Sie diese Funktion!

— ENDE —