Diplôme préalable, 1991

Classes I4T/W – informatique

Algèbre

Temps à disposition par partie :
70 minutes

Version restaurée après le NeXT–crash de l'automne 1999

WIR91/01

Conditions :

- Tous les problèmes sont à résoudre soi-même. Un comportement qui n'est pas honnête a comme conséquence l'exclusion immédiate de l'examen.

- Pour écrire il faut un moyen ineffaçable. Le crayon est accepté seulement pour les dessins et les esquisses.

- On demande une représentation de la déduction de la solution claire et propre avec l'indication des idées et des résultats intermédiaires. Les résultats sans la déduction ne sont pas acceptés.

- Quand des fractions décimales sont utilisées le résultat exact et le résultat présenté ne doivent pas différer de plus de 0.1%.

- Les unités physiques peuvent être omises généralement, sauf avis contraire.

- Les résultats sont à souligner doublement.

- Les parties non valables sont à tracer de manière propre et nette.

- Pour chaque problème, il faut utiliser une nouvelle feuille. Les versos des feuilles doivent rester vides. Peut-être elles ne seront pas corrigées !

- **Moyens permis :** Dossiers de cours version abrégéé (résumé), livres de formules, calculatrices, papier et écritoire.

- L'examen se divise en trois parties. Cette partie est la partie algèbre.
- **Directive :** 3 problèmes sont à choisir et à résoudre.

ECOLE D'INGENIEURS BIENNE (EIB)

Diplôme préalable en algèbre 1991

Classen I4T/W

Bonne chance !

Problème 1 **(12 points)**

Il faut créer un montage, qui additionne a un nombre dual à 3 places (avec les lettres A, B et C) à un nombre dual à deux places (avec les lettres D et E). Employez pour le résultat des lettres minuscules.

(a) **(4 points)**

Représentez les liaisons possibles dans un tableau. (Tableau des valeurs logiques.)

(b) **(4 points)**

Lisez pour le résultat dans le tableau de façon raisonnable des expressions algébriques dans lesquelles il n'y ait que des symboles pour des montages en séries, parallèles et pour la négation des interrupteurs isolés.

(c) **(4 points)**

Simplifiez ces expressions le plus possible en maintenant les symboles mentionnés en haut.

Problème 2 **(10 points)**

Calculez $\vec{x}$ de l'équation ci–dessus, si possible :

$$(A\,\vec{x} + B\,\vec{x})^T\,A + \vec{b}^T\,C = (A^{-1}\,\vec{k})^T \qquad \textit{(Indication : } (M\,\vec{v})^T = \vec{v}^T\,M^T \textit{)}$$

Toutes les étapes de la solution et les méthodes doivent figurer sur la feuille et il doit être possible de les reconstruire sans l'aide de moyens spéciaux. Si vous utilisez la calculatrice, les opérations qui sont executées par la calculatrice doivent être expliquées.

Indications : $C = A^2,\ \ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ \ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix},$

$\vec{a}^T = (i, 1, -1),\ \ \vec{b}^T = (0, i, 0),\ \ \vec{k}^T = (0, 0, 1)$

Problème 3 **(10 points)**

Voici données des droites g et h :

$g = \Phi \cap \Psi$ $\quad h : \vec{r} = \vec{r}_0 + t\,\vec{a}$ $\quad$ On connaît aussi le point P.

(a) **(3 points)**

La plus petite sphère possible qui touche les deux droites, est–elle clairement définie ?

(b) **(3 points)**

Calculez le centre et le rayon de cette sphère autant que cela existe clairement.

(c) **(3 points**

Est–ce que le point P est sur la surface de la sphère ?

Indications :

$$\begin{array}{rrcl} \Phi : & +2\,x + y - 2\,z + 8 & = & 0 \\ \Psi : & -x + 2\,y + 3\,z - 6 & = & 0 \end{array}$$

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad P(-1/-3/-5).$$

Problème 4 **(10 points)**

Donné $m \in \mathbb{N}$ quelconque. m soit représenté dans le système décimal. Choisissez deux chiffres quelconque mais différents de m et échangez–les. Il en résulte un nouveau chiffre n. Soit $d = m^2 - n^2$ et soient s et k les numéros des places comptés en commençant par le dernier des chiffres de m ; il faut $k > s$. *Commencez le numérotage par* 0 *!* z soit le nombre total des chiffres de m resp. n. Pour que la chose ait un sens, il faut indispensable que $z > 1$.

(a) **(2 points)**

Calculez le plus grand diviseur commun (*pgdc*) de tous les nombres m pour $z = 2$.
(Indication : Utilisez la représentation $m = 10\,a + b$.)

(b) **(3 points)**

Calculez le *pgdc* $t(z,k,s)$ de tous les nombres d pour $m \in M$ si z est un nombre quelconque et $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 9\}$. t contient les diviseurs qui apparaissent partout et dépend donc de z, k et s.
(Indication : Utilisez la représentation $m = 10^k\, a + 10^s\, b + R$, le reste des chiffres de m figurent dans R.)

(c) **(2 points)**

Examinez quels chiffres d avec $m \in M$ se laisse diviser par $9 \cdot 11$.

(d) **(3 points)**

Soit

$$f(k,s,z,d) = \begin{cases} 1 & \text{si 99 est diviseur de } d \\ 0 & \text{dans les autres cas.} \end{cases}$$

Décrivez cette fonction !

— FIN —