Vordiplom ◇ Examen propédeutique 1, 1996

Klasse — classe B2

Mathematik ◇ mathématiques

Dauer / *Durée*: 8.00 h – 11.00 h

Teil / *partie* 1: 90 Minuten / *minutes*
Teil / *partie* 2: 90 Minuten / *minutes*,

(dazwischen kurze Pause ◇ *courte récréation entre les deux parties*)

Restaurierte Version nach dem NeXT–Crash vom Herbst 1999

WIR96/B2/21/RIIb//Mo 7.10.96/01

Bedingungen — Conditions:

- Alle Probleme sind selbständig zu lösen. Unehrenhaftes Verhalten hat einen sofortigen Ausschluss von der Prüfung zur Folge. *Tous les problèmes sont à résoudre soi-même. Un comportement malhonnête a comme conséquence l'exclusion immédiate de l'examen.*

- Für die Schrift ist dokumentechtes Schreibgerät zu verwenden. Bleistift wird nur bei allfälligen Zeichnungen und Skizzen akzeptiert. *Pour écrire il faut un moyen inéffaçable. Le crayon est accepté seulement pour les dessins et les esquisses.*

- Es wird eine saubere und klare Darstellung des Lösungsweges mit Angabe von Ideen und Zwischenresultaten verlangt. Resultate ohne Herleitung werden nicht akzeptiert. *On demmande une présentation de déduction de la solution claire et propre. Des résultates sans déduction ne sont pas acceptés.*

- Bei Verwendung von Dezimalbrüchen darf die Abweichung der Schlussresultate vom exakten Resultat nicht mehr als 0.1% betragen. *Quand des fractions décimales sont utilisées le résultat exact et le résultat présenté ne doivent pas différer de plus que* 0.1%.

- Resultate sind doppelt zu unterstreichen. *Les résultates sont à souligner deux fois.*

- Ungültige Teile sind sauber durchzustreichen. *Les parties pas valables sont à tracer nettement.*

- Pro Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseiten der Schreibblätter müssen leer bleiben. Sie werden vielleicht nicht korrigiert! *Pour chaque problème il faut utiliser une nouvelle feuille. Le verso doit rester libre. Peut-être il ne sera pas corrigé!*

- **Erlaubte Hilfsmittel:** Kursunterlagen (Kurzfassung), Formelbücher, Taschenrechner, Schreibpapier und Schreibzeug.
  Moyen permis: *Cours (résumé), livres de formules, calculatrice, papier et écritoire.*

7. Oktober / *octobre* **1996**

Vordiplomprüfung — Examen préalable 1996

Klasse / classe E2
INGENIEURSCHULE BIEL (HTL) / école d'ingénieurs Bienne (ETS)

Viel Glück ! ◇ *Bonne chance!*

Aufgabe 1 **(12 Punkte** / *points***)**

(a)

$$f(x) = k\,e^x\sqrt{x} + e^{4k} - k\,x, \qquad \frac{d}{dx}f(x) = ?$$

(b)

$$f(x) = \frac{y}{log(x^2) + y} + x^{(\frac{1}{x})}, \qquad \frac{d}{dx}f(x) = ?$$

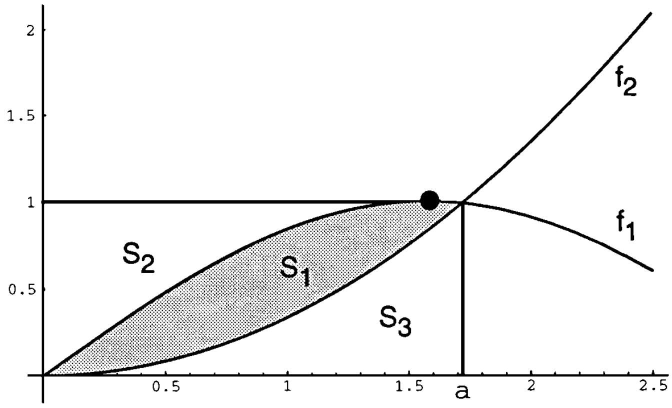
(c)

$$f(x) = x\,\sin(x^2)\,\cos(x^2), \qquad \int f(x)\,dx = ?$$

(d)

$$f(x) = \frac{x^3\,(\cos(x^2) + e^{(x^2)})}{\ln(|x| + 5)}, \qquad \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x)\,dx = ?$$

Aufgabe 2 **(12 Punkte / *points*)**

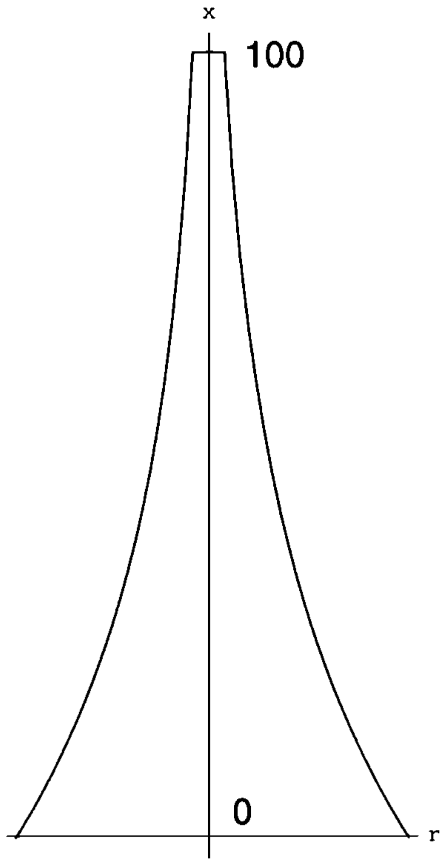


Die Abbbildung oben zeigt $f_1(x) = \sin(x)$ und $f_2(x) = \frac{x^2}{3}$.
L'image en haut montre $f_1(x) = \sin(x)$ *et* $f_2(x) = \frac{x^2}{3}$.

(a) Berechnen Sie a (vgl. Skizze) numerisch.
Calculer a *(voir esquisse) numériquement.*

(b) Berechnen Sie die Flächeninhalte von S_1, S_2 (bis $\frac{\pi}{2}$) und S_3.
Calculer la surface de S_1, S_2 *(jusqu'à* $\frac{\pi}{2}$*) et* S_3.

Aufgabe 3 **(12 Punkte / *points*)**



Die Abbildung oben zeigt einen rotationssymmetrischen Turm. Dabei ist $r(x) = c\,e^{ax}$. Für $x = 0$ ist $r = 2.0$, für $x = 100$ ist $r = 1.2$ (in m).
L'image en haut montre une tour à symétrie de révolution. Soit $r(x) = c\,e^{ax}$. *Pour* $x = 0$ *on a* $r = 2.0$, *pour* $x = 100$ *on a* $r = 1.2$ *(en m).*

(a) Wie gross ist r bei $x = 2$? $\diamond$ *Calculer* r *à* $x = 2!$

(b) Berechnen Sie die Funktion $r(x)$ sowie das Volumen des Turms.
Calculer la fonction $r(x)$ *ainsi que le volume de la tour.*

Aufgabe 4 **(12 Punkte / *points*)**

Gegeben ist die Funktion — *Soit donnée la fonction* $f(x) = x^4 - 5\,x^3 + 3\,x^2 + 5\,x + 2$.

(a) Kontrollieren Sie, ob diese Funktion bei $x = 1 + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} \approx 3.84732$ eine Nullstelle hat.
Controller si cette fonction a un zéro à $x = 1 + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} \approx 3.84732$.

(b) Skizzieren Sie die Funktionskurve.
Dessiner une esquisse de la courbe de cette fonction.

(c) Bestimmen Sie alle Nullstellen, Extrema und Wendepunkte der Kurve.
Trouver tous les zéros, les points extrêmes et les points d'infléxion de cette fonction.

Aufgabe 5 **(12 Punkte / *points*)**

Gegeben ist das Gleichungssystem — *Soit donné le système d'équations*:

$$\begin{aligned} x - y + z &= 3 \\ r\,x - y - z &= 1 \\ 2\,x + y - 4\,z &= -3\,q \end{aligned} \tag{1}$$

(a) Für $z = 3$ und $q = 1$ existiert eine Lösung. Berechne x, y und r.
Pour $z = 3$ *et* $q = 1$ *il existe une solution. Calculer* x, y *et* r.

(b) Sei $q = -2$. Für welche r existieren keine resp. unendlich viele Lösungen?
Soit $q = -2$. *Decider pour quels* r *il n'y a pas de solution resp. infiniment de solutions.*

Aufgabe 6 **(12 Punkte / *points*)**

Eine Gruppe von Studenten hat die Körpergrösse von Mitstudenten gemessen. Hier sind die Messdaten (in cm):
Un groupe d'étudiants a mesuré la taille d'un nombre d'étudiants de l'école. Voici les données (en cm):

173	178	177	173	184	161	162	169	154	188
177	177	169	183	185	183	173	192	182	181
176	177	169	177	173	163	192	165	156	159
175	173	179	178	177	168	158	183	187	175
174	173	179	169	179	168	174	194	160	187

(a) Teilen Sie die Daten in Klassen ein mit den Klassenmitten $152, 157, 162, \ldots$ (Klassenbreite 5).
Classifier les données en classes dont les millieus sont $152, 157, 162, \ldots$ *(largeur des classes* 5*).*

(b) Berechnen Sie Mittelwert sowie Standardabweichung der Klassen.
Calculer la valeur moyenne et la déviation standard.

(c) Stellen Sie die Klassen in einem Balkendiagramm oder Histogramm dar.
Représenter ces classes à l'aide d'un diagramme de barre ou bien histogramme.

Aufgabe 7 **(12 Punkte** / *points***)**

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:
Résoudre les équations différentielles suivantes:

(a)

$$y(x)\,y'(x) - x = 1, \qquad y(1) = 2$$

(b)

$$y'(x) = e^{-x}\,y(x)$$

Aufgabe 8 **(12 Punkte** / *points***)**

Gegeben sind die folgenden Matrizen. *Soient données les matrices suivantes*:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

M_4 sei die Inverse von M_3 — *soit* M_4 *l'inverse de* M_3,
$M_5 = M_4 \cdot M_2$.
Die Gerade g ist gegeben durch — *la droite* g *soit donnée par*

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0.5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \end{pmatrix} \ (t \in \mathbf{R}).$$

(a) Berechnen Sie / *Calculer* M_4 und / *et* M_5.

(b) Berechnen Sie das Bild g' von g unter M_5 / *Calculer l'image* g' *de* g : $\vec{v} = M_5 \cdot \vec{r}$.

(c) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von g' mit der Geraden $y = x$.
Calculer le point d'intersection de g' *avec la droite* $y = x$.

(d) Bestimmen Sie das Volumen des Spats, der aufgespannt wird durch die Ortsvektoren zu den Punkten $(1,1,1)$, $(0,1,1)$, $(1,0,1)$.
Vergleichen Sie das Resultat mit der Determinante von M_1.
Calculer le volume du parallélépipède étendu par les vecteurs liés aux points suivants: $(1,1,1)$, $(0,1,1)$, $(1,0,1)$.
Comparez le résultat avec la valeur de la déterminante de M_1.

— ENDE — ◇ — FIN —