Diplôme préalable 2, 2002

Classe B2

Mathématiques

Temps : 180 minutes

WIR2002/16/RIIc/Lu 9.9.02/0800

Conditions :

- Tous les problèmes sont à résoudre soi-même. Un comportement qui n'est pas honnête a comme conséquence l'exclusion immédiate de l'examen.
- Pour écrire il faut un moyen ineffaçable. Le crayon est accepté seulement pour les dessins et les esquisses.
- On demande une représentation de la déduction de la solution claire et propre avec l'indication des idées et des résultats intermédiaires. Les résultats sans la déduction ne sont pas acceptés.
- Quand des fractions décimales sont utilisées le résultat exact et le résultat présenté ne doivent pas différer de plus de 0.1%.
- Les unités physiques peuvent être omises généralement, sauf avis contraire.
- Les résultats sont à souligner doublement.
- Les parties non valables sont à tracer de manière propre et nette.
- Pour chaque problème, il faut utiliser une nouvelle feuille. Les versos des feuilles doivent rester vides. Peut-être elles ne seront pas corrigées !
- **Moyens permis :** Dossiers de cours version abrégéé (résumé), livres de formules, calculatrices, papier et écritoire.
- **Points :** Par devoir, 12 points sont possibles, sauf avis contraire.
- But : Si pour l'examen plus de 6 problèmes sont donnés, il faut en choisir 6 et les résoudre.

Haute école spécialisée bernoise, école d'ingénieurs Bienne 9. séptembre 2002

Examen de diplôme préalable 2 en mathématiques 2002

Classe B2

Bonne chance !

Problème 1 **(15 points)**

Démontrer le calcul des solutions à la main. Expliquer les étapes :

(a) $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 2x - 2$

i. $f'(x) = ?$

ii. $f'(x)|_{x=1} = ?$

iii. $f''(x) = ?$

(b) $\int\limits_{-1}^{1} 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 2x - 2\,dx = ?$

(c) $f(x) = \cos(\cos(x)) - \sin(ln(x)),\ \ f'(x) = ?$

(d) $f(x) = \cos(x)\sin(x) - \tan(x) + \dfrac{\cos(x)}{(x+4)},\ \ f'(x) = ?$

(e) $f(x) = \dfrac{e}{x^4} - \dfrac{\pi}{x^2} + r\,e^{-x}$

i. $\int\limits_{\pi}^{\infty} f(x)\,dx = ?$

ii. $\int\limits_{\pi}^{\infty} f(x)\,dx = \dfrac{e}{3\,\pi^3},\ \ r = ?$

Problème 2 **(12 points)**

On aimerait mettre une fonction

$$f(x) = a + 3\,\cos(b\,x)$$

en cosinus par les points $P_1(-20/1),\ \ P_2(0/4),\ \ P_3(20/1)$. Par révolution autour de l'axe x on obtient une colonne convexe entre $x_1 = -20$ et $x_2 = 20$.

(a) Calculer a et b.

(b) Calculer le volume de la colonne.

Problème 3 **(15 points)**

Une fonction polynomiale du degré 3 passe par les points $x_1 = 0,\ \ x_2 = 4,\ \ x_3 = 5,\ \ y = 0$. A la place $x = 2$ il est $f(x) = 2$.
Indication : Mettre $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$.

Si $f(x)$ ne peut pas être calculée, choisissez $f(x) = x^3 - 9\,x^2 + 20\,x$.

(a) Calculer $f(x)$ et faire une esquisse du graphe.

(b) Calculer les pentes des tangentes aux places $x = 0$ et $x = 4$.

(c) Les tangentes aux places $x = 0$ et $x = 4$ forment un triangle avec l'axe x. Calculer la surface.

(d) Calculer la coordonnée x d'un autre point dans lequel la pente est égale à la pente à $x = 4$.

(e) Decider par le calcul si la surface du triangle est plus grande ou plus petite que la surface sous la courbe de $f(x)$ entre $x = 0$ et $x = 4$.

Problème 4 **(12 points)**

Soit $\qquad f(x) = e^{\cos(x)}$

(a) Donner l'esquisse du graphique de la fonction $f(x)$ de façon aussi exacte que possible.

(b) Calculer de façon exacte les points où la tangente est horizontale.

(c) Calculer de façon aussi exacte que possible les deux points d'inflexion (deuxième dérivée égale zéro) à gauche et à droite de l'axe y.

Problème 5 **(12 points)**

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 1$$

De $P_1(-1/f(-1))$ on tire une corde à $P_2(2/f(2))$. Trouver sur la courbe entre P_1 et P_2 un point P_3 de façon que la surface du triangle $P_1P_2P_3$ soit maximale. (Faire une esquisse.)

Problème 6 **(12 points)**

Soyent $d, h > 0$. Par $P_1(0/0/0)$, $P_2(1/0/0)$, $P_3(\frac{1}{2}/d/0)$, $P_4(x_1/y_1/h)$ on a donné un tétraèdre régulier.

(a) Calculer x_1, y_1, d et h.

(b) Montrer le calcul de l'angle entre deux plans de surface du tétraèdre.

(c) Montrer le calcul de l'angle entre une arête et le plan de surface du tétraèdre qu'il transperce.

(d) On tourne le tétraèdre autour de l'axe x de $+25^o$. Calculer les nouveaux sommets du tétraèdre.

— Fin —