Examen de module en analyse et mathematiques par ordinateur, 2004

Classe I1c

Mathematik

Durée: 120 minutes

WIR1-2004/19 (7f-8f) - 23/Bienne/ N321
Do 23. 9.04/13:00-15:00 I1c/ 15:00-17:00 I1a/

Conditions:

- Tous les problèmes sont à résoudre soi-même. Un comportement qui n'est pas honnête a comme conséquence l'exclusion immédiate de l'examen.
- Pour écrire il faut un moyen ineffaçable. Le crayon est accepté seulement pour les dessins et les esquisses.
- On demande une représentation de la déduction de la solution claire et propre avec l'indication des idées et des résultats intermédiaires. Les résultats sans la déduction ne sont pas acceptés.
- Quand des fractions décimales sont utilisées le résultat exact et le résultat présenté ne doivent pas différer de plus de 0.1%.
- Les unités physiques peuvent être omises généralement, sauf avis contraire.
- Les résultats sont à souligner doublement.
- Les parties non valables sont à tracer de manière propre et nette.
- Pour chaque problème, il faut utiliser une nouvelle feuille. Les versos des feuilles doivent rester vides. Peut-être elles ne seront pas corrigées!
- **Moyens permis:** Dossiers de cours version abrégéé (résumé), livres de formules, calculatrices, papier et écritoire.
- **Points:** Par devoir, 12 points sont possibles, sauf avis contraire.
- But: Si pour l'examen plus de 4 problèmes sont donnés, il faut en choisir 4 et les résoudre.

Haute école spécialisée bernoise, haute école technique et informatique Bienne

23. séptembre 2004

Examen de module en analyse et mathematiques par ordinateur 2004 Classe I1c

Bonne chance !

Problème 1 **(12 points)**

Démontrer le calcul des solutions à la main. Expliquer les étapes:

(a) $f(x) = 6\,x^3 + 5\,x^2 - 6\,x^1 + x^0 - \dfrac{2}{x^2}$

i. $f'(x) = \,?$

ii. $f'(x)|_{x=1} = \,?$

iii. $f'(x)|_{x=1} =$ pente de la courbe $\Rightarrow$ angle de montée $\alpha = \,?$

iv. $\alpha = \dfrac{\pi}{6} \;\Rightarrow\; x \approx \,?$

v. $f''(x) = \,?$

(b) $f(x) = (e^x + \cos(x))^x + \dfrac{((\sin(\frac{x}{3} - 3))^2)}{(ln(x) - x^2)}$

i. $f'(x) = \,?$

ii. $f'(x)|_{x=1.0} = \,?$

Problème 2 **(12 points)**

Soyent donnés les points $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ dans un système de coordonnées avec les coordonnées suivantes:

$$\begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 \\ (0;0) & (1;1) & (2;0) & (3;1) & (4;-1) & (6;0) & (7;3) \end{pmatrix}$$

P_1, P_2, P_3 sont liées par une courbe polynomiale du degrée 3 $f_1(x)$. Ainsi P_3, P_4, P_5 par $f_2(x)$ et P_5, P_6, P_7 par $f_3(x)$. Dans les points P_3 et P_5 les tangentes sont identiques avec celles des courbes voisines. Dans P_1 la montée de tangente est 0.

(a) Calculer les trois courbes polynômiales $f_1(x), f_2(x)$ et $f_3(x)$.
($f_1(x) = a_1\,x^3 + b_1\,x^2 + c_1\,x + d_1 = \,?$ etc.)

(b) Claculer les pentes dans P_3, P_5 et P_7.

Problème 3 **(12 points)**

Soit donnée la courbe de fonction C de $f(x) = e^x$. On tire la corde s par les points $Q_1(-1; f(-1))$ et $Q_2(1; f(1))$. Cette corde soit déplacée en bas jusqu'à ce qu'elle devienne la tangente t. (Faire une esquisse.)

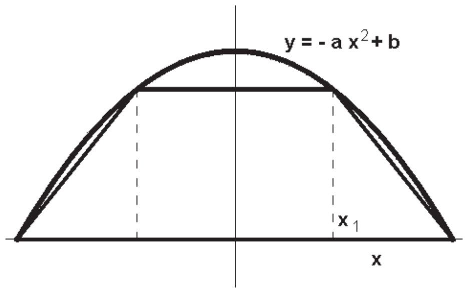
(a) Calculer le point de contact $T(x_0; t(x_0))$ de t à C $(t(x_0) = f(x_0))$.

(b) Calculer le point d'intersection A de t avec l'axe x.

(c) Soit n la normale à t dans T. Calculer le point d'intersection B de n avec l'axe x.

(d) Calculer le contenu du triangle $\triangle ABT$.

Problème 4 **(12 points)**



A Ixtown, on trouve un pont de chemin de fer métropolitain avec les arcs de pont en forme parabolique. Sous un tel arc parabolique, un hall en forme d'un trapèze doit être pour bâti pour le foire des "Grufti d'ordinateour". Les parois et le plafond du hall sont des surfaces plates. Les parois de devant et de derière sont verticales et planes avec le pont. (Voir croquis ci-contre.) Pour la parabole on prend la fonction suivante:

$$y = f(x) = -a\,x^2 + b$$

Les valeurs mesurées pour a et b sont à calculer à partir de la hauteur de l'arc (20 mètres) et la largeur de l'arc au niveau du sol (40 mètres).

(a) $a,\ b\ = ?$

(b) Calculer la coordonnée $x = x_1$ du point supérieur à droite du trapèze, pour que la quantité de lumière incidente soit maximale ($\leadsto$ surface de front maximale, , $\leadsto$ $x_1 = ?$ Le voie de résolution doit être visible.)

(c) Calculer approximativement le volume de reste inutilisé dans l'arc entre le pont et le hall. (L'arc dans lequel le hall est situé. . . La largeur du pont s est égale à 20 mètres.)

Problème 5 **(12 Punkte)**

Supplément:

(a) $a_1 = 1,\;\; a_2 = -1,\;\; a_3 = 2,\;\; a_4 = 12,\;\; a_n = \alpha\, n^3 + \beta\, n^2 + \gamma\, n + \delta$

i. $a_5 = ?$

ii. $s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = ?$

iii. $s_{100} \approx ?$

iv. $\dfrac{s_{1000}}{s_{999}} \approx ?$

(b) $b_1 = 1,\;\; a_n = (n+1)(b_{n-1} - 1) \rightsquigarrow\;\; b_{50} \approx ?$

(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^2 - e}{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}} \cdot \dfrac{\cos(n^2) + n^2 - 2\,n + 2}{3\,n^3 + 4\,n^2 + 2\,n - 1} \cdot (n+1) = ?$

— Fin —