Modulprüfung
2012

Klasse B 11 / B1

Mathematik I (Teil Analysis)

Zeit: 60 Minuten

WIR1-2012/ 30 (33) /Burgdorf/ BU 161
03.02.2012/ Zeitfenster 13:30 - 15:00

Bedingungen:

- Alle Probleme sind selbständig zu lösen. Unehrenhaftes Verhalten hat einen sofortigen Ausschluss von der Prüfung (Note F) zur Folge. Speziell dürfen mobile Telefone und PDA's nicht ins Prüfungszimmer mitgebracht werden.
- Für die Schrift ist dokumentechtes Schreibgerät zu verwenden. Bleistift wird nur bei allfälligen Zeichnungen und Skizzen akzeptiert.
- Es wird eine saubere und klare Darstellung des Lösungsweges mit Angabe von Ideen und Zwischenresultaten verlangt. **Resultate ohne Herleitung werden nicht als Gesamtlösung akzeptiert.**
- Bei Verwendung von Dezimalbrüchen darf die Abweichung der Schlussresultate vom exakten Resultat nicht mehr als 0.01% betragen.
- Physikalische Einheiten dürfen generell weggelassen werden, sofern nicht anders vermerkt.
- Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Ungültige Teile sind sauber durchzustreichen.
- Pro Aufgabe ist wenn möglich ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseiten der Schreibblätter müssen leer bleiben. Sie werden vielleicht nicht korrigiert!
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Kursunterlagen (Kurzfassung), Formelbücher, Taschenrechner, Schreibpapier und Schreibzeug.
- **Punkte:** Pro mit „Aufgabe“ bezeichnetes Problem ist die angegebene Anzahl von Punkten möglich.
- Ziel: Wenn an einer vollen Prüfung mehr als die bezeichnete Anzahl n Aufgaben gegeben sind, können n Aufgaben ausgewählt werden, die dann gelöst werden sollten.

Berner Fachhochschule, Hochschule für Architektur, Bau und Holz, Fachbereich Bau, Burgdorf, 03.02.2012

Modulprüfung in Mathematik 2012 Klasse B 11 / B1

Viel Glück !

Erwartet werden die Lösungen von etwa 2 bis 4 Aufgaben aus der folgenden Serie. Alle Teilaufgaben einer Aufgabe geben gleichviele Punkte (je 3).

Aufgabe 1 **(9 Punkte)**

Sei $f(x) = (((a_4\,x + a_3)\,x + a_2)\,x + a_1)\,x + a_0$

(a) Berechne die 3. Ableitung von $f(x)$ von Hand (einfachste Form angeben).

(b) Welche Beziehung zwischen welchen Koeffizienten kann man aufstellen, wenn die 3. Ableitung von $f(x)$ an der Stelle $x = 1$ gleich 0 ist?

(c) Wie gross ist $\lim\limits_{n\to\infty}\left((1+\frac{1}{n})^{n\,x}\right)$ für $x = \pi$ exakt?

Aufgabe 2 **(27 Punkte)**

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = (\frac{x}{4} - \sin(x^2))^2 + e^{-x^2}, \quad I = D_f = [-\pi,\, \pi]$$

$$h(x) = x\,e^{-x^2} + \frac{1}{2}\sin(x)\cos(x), \quad D_h = I$$

(a) Erstelle eine saubere Skizze des Graphen von f im Intervall I.

(b) Berechne von Hand die Ableitungsfunktion von f und vereinfache den erhaltenen Ausdruck so weit wie möglich.

(c) Bestimme von Hand die Steigung des Graphen für $x = 0$.

(d) Bestimme numerisch die erste Extremwertstelle von f links neben dem Ursprung.

(e) Bestimme den Grenzwerte $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{1+x}\,h(x)$, falls dieser Wert existiert.

(f) Berechne von Hand die Stammfunktion von $h(x)$.

(g) Berechne von Hand $\int\limits_0^1 h(x)\,dx$.

(h) Bestimme numerisch die Approximation von f durch das Taylorpolynom $p_{0,3}(x) = P_3(x)$ vom Grade 3 mit dem Zentrum $x_0 = 0$.

(i) Bestimme rechnerisch den ersten Wendepunkte vom $h(x)$ links neben dem Ursprung.

Aufgabe 3 **(18 Punkte)**

Die Funktion $\cosh(x)$ ist bekanntlich durch die Beziehung $\cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ definiert. Sei weiter $f(x) = 4 - 2\cosh(x)$. (Hier alle Resultate numerisch angeben!)

(a) Skizziere den Graphen von $f(x)$.

(b) Rotation: Berechne die Nullstellen $f(x)$ und bezeichne mit x_1 und x_2 die beiden Nullstellen links und rechts der y–Achse. Sei $I = [x_1,\ x_2]$.

(c) Berechne die y–Koordinate des Schwerpunkts der Fläche über I.

(d) Berechne das Rotationsvolumen, wenn $f(x)$ über I um die x–Achse rotiert wird.

(e) Berechne die Kurvenlänge der Funktionskurve über I.

(f) Berechne den Oberflächeninhalt des Rotationskörpers über I.

Aufgabe 4 **(12 Punkte, doppelte Punktzahl pro Teilaufgabe)**

Gegeben ist die Funktion

$$z = f(x, y) = (4 - x)\,x + (6 - y)\,y^2, \;\; x \in I_x = [0, 4], \;\; I_y = y \in [0, 6].$$

Sei weiter $z = h(x) = f(x, 6)$ und $z = g_a(x) = a\,x$.

(a) Wie gross muss a gewählt werden, damit die Gerade $z = g_a(x)$ die Fläche zwischen I_x und $h(x)$ exakt halbiert?

(b) Die Graphen von h und g_a schneiden sich in $S = S_a(x_0)$. Bei welchem x_0 ist der abolute Inhalt des Dreiecks maximal gross, welches gegeben ist durch den Ursprung O, den Punkt $P = P(x_0,\ g_a(x_0))$ sowie den Schnittpunkt $S_a(x_0)$?

(c) Berechne allfällige Minima und Maxima der Fläche von $z = f(x, y)$ im oben angegebenen Definitionsbereich.

— ENDE —